Störungen des normalen Zustandes in Brückengewölben

Von der Kgl. Technischen Hochschule zu München zur Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs) genehmigte Dissertation

Vorgelegt von

Dipl.-Ing. **Georg Gilbrin**
aus **Kaiserslautern**

Referent: Professor Geheimer Hofrat **Wilhelm Dietz**
Korreferent: Professor **Karl Hager**

Tag der Annahme der Dissertation: 23. Mai 1913

BERLIN 1913
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn

Störungen des normalen Zustandes in Brückengewölben

Von der Kgl. Technischen Hochschule zu München zur Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs) genehmigte Dissertation

Vorgelegt von

Dipl.-Ing. **Georg Gilbrin**

aus **Kaiserslautern**

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Referent: Professor Geheimer Hofrat **Wilhelm Dietz**

Korreferent: Professor **Karl Hager**

Tag der Annahme der Dissertation: 23. Mai 1913

BERLIN 1913

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn

INHALT.

Seite

Einleitung 1

I. Ursachen und Wirkungen der Störungen 5

1. Bewegungen des Lehrgerüsts 5
2. Wandelbarkeit der Kämpferfugen 7
3. Wärmeschwankungen 9
4. Schwinderscheinungen 17
5. Normalkräfte 22
6. Bauausführung 22

II. Maßnahmen zur Abschwächung der wichtigsten Störungen 24

A. Formgebung 24
B. Maßnahmen bei der Ausführung von Gewölben 26
1. Verwendung eines kräftigen, möglichst unveränderlichen Lehrgerüsts . . 27
2. Anordnung von sog. Druckflächen im Scheitel und in den Kämpfern . 31
3. Aussparen von parallel zur Gewölbeachse durchlaufenden Lücken . . . 34
4. Einschaltung von drei dauernd wirksamen Gelenken 37

III. Die verschiedenen Gelenkarten und die Störungen bei Dreigelenkbogen . 37

1. Bleigelenke 37
2. Wälzgelenke 40
3. Zapfengelenke 42
4. Federgelenke 43
5. Störungen bei Dreigelenkbogen 43
6. Berechnung der Zusatzmomente 45

Schlußbemerkung 54

Einleitung.

Der Bau von massiven, gewölbten Brücken hat in den letztverflossenen Jahrzehnten große Fortschritte gemacht.

Zu den bekannten Vorzügen, welche steinerne Brücken schon immer gegenüber hölzernen und eisernen Brücken besaßen, die aber nicht vermochten, den Ansturm des Eisenbrückenbaues mit seinen kühnen Konstruktionen aufzuhalten, sind in neuerer Zeit andere Vorteile hinzugetreten, welche gewölbte Brücken wieder in aussichtsreichen Wettbewerb mit eisernen Brücken, auch bei großen Spannweiten, treten lassen.

Die erwähnten Vorteile wurden herbeigeführt:

1. durch tieferes Eindringen in die statischen Verhältnisse der Gewölbekonstruktionen und durch Anwendung der Elastizitätstheorie bei ihrer statischen Untersuchung;
2. durch zweckentsprechende Auswahl der Baustoffe, des eigentlichen Wölbmaterials sowohl wie der allenfalls erforderlichen Bindemittel und durch Verbesserung der Ausführungsweise bei der Herstellung von Mauerwerks- und Betonkörpern;
3. durch die bei der Ausführung von Gewölben erfolgte Nutzanwendung aus den gewonnenen theoretischen Kenntnissen und praktischen Erfahrungen, welche insbesondere auf möglichste Vermeidung der Nebenspannungen hinzielte und womit gleichzeitig eine größere Wirtschaftlichkeit infolge Herabsetzung des bislang erforderlichen, verhältnismäßig sehr hohen Sicherheitsgrades bezw. Erhöhung der zulässigen Materialbeanspruchung verbunden ist.

Bis in die achtziger Jahre des vorigen Jahrhunderts gab es noch keine praktisch verwendbare Gewölbetheorie; auch war man sich über das elastische Verhalten der damals gebräuchlichen Gewölbebaustoffe noch sehr im unklaren. Erst die eingehenden wissenschaftlichen Versuche von Bauschinger, Prof. Föppl und Prof. v. Bach im Laboratorium sowie die Versuche an ausgeführten Bauwerken, zuerst in der Mitte der sechziger Jahre an dem Versuchsbogen in Souppes und später im Jahre 1892 durch den Gewölbeausschuß des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins zu Purkersdorf, zeigten deutlich, daß sowohl die natürlichen wie die künstlichen Steine und die daraus durch geeignete Verbindung hergestellten Bauteile als elastische Körper angesehen werden müssen.

Die Anwendung der Elastizitätstheorie auf die Berechnung der Gewölbe unter Voraussetzung der Gültigkeit der Navierschen Hypothese (zuerst von Prof. Winkler empfohlen und durchgeführt in seinem Buche: Lehre von der Elastizität und Festigkeit, 1876) machte die Ermittlung der unter gegebenen Lasten auftretenden „wahren" Drucklinie und damit eine wirtschaftliche Formgebung der Gewölbe möglich. Man wurde auch dazu geführt, dem durch Störungen infolge von Senkungen des Lehrgerüstes während der Wölbung, von Temperaturänderungen usw. auf die Gewölbebeanspruchungen ausgeübten Einfluß mehr Beachtung zu schenken und die Gewölbe vorteilhafter zu gestalten und zu dimensionieren.

Vor der Kenntnis des Portlandzements wurden die Gewölbe allgemein durch Mauerung aus Quadern, Bruch- oder Ziegelsteinen mit Mörtel aus Fettkalk ohne und mit hydraulischen Zuschlägen oder hydraulischem Kalk hergestellt. Die Festigkeit des fertigen Mauerwerks, die sogenannte Fugenfestigkeit, hängt nun sowohl von der Festigkeit des verwendeten Steinmaterials als besonders, auch von der des verwendeten Bindemittels, des Mörtels ab; die Fugenfestigkeit nimmt einen Wert an, welcher größer ist als die Mörtelfestigkeit, jedoch die Steinfestigkeit oft bei weitem nicht erreicht.

Somit liegt es auf der Hand, daß eine Verbesserung des Mörtels bezw. Vergrößerung seiner Druckfestigkeit von größter Bedeutung für die zulässige Beanspruchung des mit ihm hergestellten Mauerwerkskörpers war. Die Erfindung des Portlandzements und die fortschreitende Verbesserung in der Herstellung und Behandlung desselben gestattete nach und nach die Herstellung eines Mörtels von großer Festigkeit. Gleichzeitig erhöhten sich die erreichten Fugenfestigkeiten der mit Zementmörtel ausgeführten Mauerwerkskörper und somit auch die zulässige Druckfestigkeit ganz bedeutend, während man im Hinblick auf die verhältnismäßig geringe Zugfestigkeit, die an einzelnenStellen der Bauteile wegen der bei der Ausführung schwer zu vermeidenden feinen Risse auf den Wert Null herabsinken kann, eine Zug beanspruchung des Mauerwerks im allgemeinen auch heute theoretisch nicht zuläßt.

Die früher bei Brückengewölben üblichen Druckspannungen wurden neuerdings auch weit überholt durch Verwendung von Beton und Eisenbeton als Gewölbebaustoff. Der Betonbau verdankt sein Entstehen und seine Entwicklung gleichfalls in hohem Maße den Fortschritten in der Portlandzementindustrie. Im Jahre 1885 wurde Beton zum ersten Male bei einem größeren Brückenbau als Gewölbebaustoff herangezogen, nämlich beim Bau der 40 m weit gespannten Kanalbrücke bei Weisenbach in Baden. Wie man beim Mörtel eine gleichmäßigere Beschaffenheit erzielte durch Verwendung von Mörtelbereitungsmaschinen, so trug die Herstellung des Betons in Betonmischmaschinen wesentlich dazu bei, seine Güte und damit seine Druckfestigkeit weiter zu erhöhen.

Die Bewehrung der Betongewölbe mit Eisen gestattet nicht nur höhere Druckspannungen zuzulassen, als man reinem Stampfbeton zumutet, sie läßt auch eine weitgehende Inanspruchnahme auf Biegung zu, wobei die Zugkräfte der Eiseneinlage zugewiesen werden.

Die an dritter Stelle angeführte Ursache der Förderung des Massivbrückenbaues, die Formgebung und Ausführungsweise der Gewölbe unter möglichster Vermeidung von Nebenspannungen, bildet einen wichtigen Teil der vorliegenden Arbeit und soll in den folgenden Abschnitten ausführlich behandelt werden. Es sei jedoch hier schon allgemein auf die beim Bau von Gewölben immer zu beobachtenden unliebsamen Erscheinungen (Störungsursachen) hingewiesen, welche die angedeuteten Vorsichtsmaßregeln bei der Ausführung nötig machen.

Bei der Untersuchung von Gewölben nach der Elastizitätstheorie werden diese gewöhnlich mit mehr oder weniger Berechtigung als fest in die Widerlager eingespannt betrachtet, so daß die Berechnung für ein dreifach statisch unbestimmtes System durchzuführen ist, insoweit als von senkrecht zur Systemebene gerichteten Kraftwirkungen abgesehen wird.

Die Wandelbarkeit der Bogenkämpfer infolge elastischer und unelastischer Zusammendrückungen der Widerlager und des Baugrundes, die Senkungen und Verdrückungen des Lehrgerüstes, sowie die Temperaturänderungen und Schwinderscheinungen rufen in dem Gewölbe teilweise schon vor dessen Schluß Nebenspannungen hervor, welche um so größer und beachtenswerter werden, je größer die Gewölbestärke und je kleiner das Pfeilverhältnis des Bogens ist.

In folgendem setzen wir voraus, daß diese Erscheinungen in allen senkrecht zur Gewölbeachse gelegten Schnitten in gleicher Weise auftreten, so daß es zulässig ist, bei der statischen Untersuchung einen schmalen Gewölbestreifen zwischen zwei zur Gewölbeachse senkrecht stehenden Ebenen herauszugreifen und als ebenes System zu betrachten. In der Tat sind die im Gewölbe, ebenen Systems, vorkommenden Störungen von solcher Wichtigkeit, daß demgegenüber jene, die beim räumlichen System noch hinzutreten würden, meist kaum in Betracht kommen, besonders dann, wenn das Gewölbe längs seiner Achse einheitlich konstruiert und durch Lasten gleichmäßig beansprucht wird. Es erscheint daher vollauf berechtigt, im folgenden nur die Störungen im ebenen System zu betrachten und von außerhalb desselben gelegenen Einwirkungen abzusehen, umsomehr als bei Annahme der Gültigkeit des Superpositionsgesetzes die Möglichkeit besteht, die Beanspruchung des Gewölbes durch Kräfte senkrecht zur Systemebene für sich zu ermitteln und in Berücksichtigung zu ziehen.

Die Berechnung des betrachteten Gewölbestreifens erfolgt dann derart, daß man in verschiedenen normal zur Bogenachse oder auch lotrecht geführten Schnitten die Maximal- und Minimalspannungen bei der jeweils ungünstigsten Laststellung ermittelt, nachdem vorher die Formgebung und Dimensionierung des Gewölbes unter Berücksichtigung der örtlichen Verhältnisse, der zulässigen Spannungen und sonstiger Bedingungen durchgeführt war.

Jedem Belastungsfall entspricht eine bestimmte Drucklinie, d. i. Verbindungslinie der sogenannten Druckmittelpunkte. Ist die Lage dieser Drucklinie bekannt, so lassen sich an jeder Stelle des Bogens die auftretenden Spannungen ermitteln. Fällt die Drucklinie mit der Bogenmittellinie zusammen, so verteilen sich die Spannungen gleichmäßig über die Bogenquerschnitte, und die Kantenpressungen nehmen einen Kleinstwert an. Deshalb wird man die Bogenachse

schon aus wirtschaftlichen Gründen möglichst mit der Drucklinie zusammenfallen lassen, und zwar bei Gewölben mit ständiger Nutzlast, wie bei Kanalbrücken und Aquädukten, mit der aus der Gesamtbelastung sich ergebenden Drucklinie und bei Gewölben mit gleichmäßig verteilter Verkehrsbelastung mit jener, welche bei Normalbelastung auftritt, d. h. bei gleichmäßig über das ganze Gewölbe verteilter halber größter Verkehrslast.

Die vorhin aufgezählten Nebenumstände einschließlich der Wirkung der Zusammendrückung des Bogens infolge der Normalkräfte verhindern jedoch, daß die Drucklinie, mit der Bogenachse zusammenfallend, die „normale Lage" einnimmt, und damit gleichzeitig, daß das Gewölbe im „normalen Zustand" verharrt.

Nach Prof. Winkler befindet sich ein Gewölbe im „normalen Zustand", wenn unmittelbar vor dem Ausrüsten zwar noch keine Drücke in den Fugen existieren, wohl aber alle Fugen vollständig geschlossen und die Widerlager unverrückbar sind. Stillschweigend setzt man dabei voraus, daß das Gewölbe die genaue rechnungsmäßige Form erhalten habe und daß die Gewölbetemperatur während der Bauausführung unverändert geblieben sei.

Denken wir uns nun die Ausrüstung dieses Gewölbes bei vorhandener Normalbelastung plötzlich vor sich gehend, so wird nur während kurzer Zeit die Drucklinie ihre normale Lage einnehmen und mit der Bogenmittellinie zusammenfallen; denn bald machen sich Störungen des normalen Zustandes bemerkbar, das Gewölbe ändert seine Form unter dem Einfluß der als Folge der Zusammenpressung des Baugrundes und der Widerlager sich einstellenden Kämpferbewegungen sowie der Verkürzung der Bogenmittellinie infolge der Normalkräfte und endlich der Schwinderscheinungen und Änderungen — beispielsweise Abnahme — der Gewölbetemperatur. Die Drucklinie kann also schließlich nicht mehr mit der Mittellinie des Bogens zusammenfallen, sie rückt an Stellen, an denen die Bogenkrümmung schärfer geworden ist (in der Nähe des Kämpfers), näher an die Bogenleibung und dort, wo sie schwächer wurde (im Scheitel), näher an den Gewölberücken.

Wir setzten voraus, daß das Gewölbe unmittelbar vor seinem Schluß im normalen spannungslosen Zustand sich befände; das läßt sich annähernd, obwohl nur unter Beobachtung gewisser Vorsichtsmaßregeln bei der Konstruktion und Ausführung des Gewölbes, erzielen, denn die erwähnten Störungsursachen treten teilweise schon während der Wölbung auf, wie insbesondere das Setzen und Arbeiten des Lehrgerüstes, wodurch sehr wesentliche Formänderungen des Gewölbes bezw. fertiger Gewölbeteile hervorgerufen werden können.

Die Störungseinflüsse, die schon während der Wölbung auftreten, sind von ähnlicher Wirkung wie jene, die nach Gewölbeschluß sich einstellen. Beiden sucht man vor allem durch geeignete Formgebung und Stärkebemessung bei der Konstruktion des Gewölbes zu begegnen; die Störungen während der Ausführung des Gewölbes vermag man bedeutend abzuschwächen durch die Ausführungsweise des Gewölbes selbst, während die erst nach Gewölbeschluß auftretenden Störungen zeitweise oder dauernd größere Inanspruchnahmen des Gewölbes nach sich ziehen, sofern man nicht vorzieht, auch hiergegen geeignete Maßnahmen zu treffen.

Wir wenden uns nun der Aufgabe zu, die verschiedenen Störungen nach Ursache und Wirkung zu erörtern.

I. Ursachen und Wirkungen der Störungen.

1. Bewegungen des Lehrgerüstes.

Denken wir uns, das Gewölbe werde auf einem vorhandenen hölzernen Lehrgerüst derart hergestellt, daß man von beiden Kämpfern aus das Gewölbemauerwerk aufführt bis zum Scheitel, wo der Schluß durch Verbindung der beiden Gewölbeschenkel ohne weiteres erfolgt, so wird das Lehrgerüst zuerst an den Kämpfern belastet, wobei noch ein Teil des Gewichtes des fertigen Gewölbeteils von den Widerlagern aufgenommen wird; mit dem Fortschreiten der Wölbung nach der Mitte zu wächst dann auch die Belastung des Lehrgerüstes. Die Folge ist ein der Belastung entsprechendes und mit dieser fortschreitendes elastisches und auch unelastisches Zusammendrücken der Lehrgerüstteile, ein Einbeißen der Hölzer ineinander unter der Druckwirkung an den Verbindungstellen und ein Nachgeben des Baugrundes an den Unterstützungspunkten bezw. ein weiteres Eindringen der das Lehrgerüst tragenden Pfähle in das Erdreich. Die Summe dieser Einzelbewegungen verursacht eine mehr oder weniger gleichmäßige Abwärtsbewegung der die Leibungsfläche begrenzenden Bogenlehre, so daß infolge der Durchbiegung der wie auskragende Balken beanspruchten Gewölbeteile am Kämpfer im Gewölberücken Zugspannungen und Risse verursacht werden. Bei Schluß des Gewölbes läßt sich eine Scheitelsenkung feststellen, welche um so größer ausfällt, je größer die spezifischen Beanspruchungen des Lehrgerüstes sind und je weniger das Lehrgerüst der Einwirkung der Gewölbelast standzuhalten vermochte.

Auch wenn das Lehrgerüst eine sogenannte Überhöhung erhalten hatte, so etwa, daß nach Gewölbeschluß die geplante Scheitelhöhe wieder erreicht wäre, so bleibt doch die ungünstige Wirkung der Nachgiebigkeit des Lehrgerüstes bestehen, nämlich die Rißbildung in der Nähe des Kämpfers im Gewölberücken und im Scheitel in der Leibung, was darauf schließen läßt, daß eine mit der Bogenachse zusammenfallende Drucklinie nicht zu erwarten ist, daß sie vielmehr im Scheitel oberhalb und im Kämpfer unterhalb verläuft, und zwar teilweise außerhalb der Kernränder des Bogenquerschnitts.

Je vielgestaltiger der Bau des Lehrgerüstes ist, um so unregelmäßiger werden in der Regel die Einsenkungen bezw. Verdrückungen desselben und damit die Formänderungen des Gewölbes in bezug auf die durch Rechnung festgelegte Bogenform.

[Beim Bau der Brücke über den Isonzofluß bei Salcano[1]) wurde festgestellt, daß das Lehrgerüst des 85 m weit gespannten Gewölbes unter der Mitte der Gewölbeschenkel sich mehr gesenkt hatte als im Scheitel; diese Tatsache entsprang dem Umstand, daß das Lehrgerüst in der Mitte unmittelbar durch

[1]) Vergl. Erfahrungen und Beobachtungen beim Bau der 85 m weiten Wölbbrücke über den Isonzo bei Salcano von Dr. L. Örley, Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1910, Nr. 33.

einen zeitweilig eingebauten steinernen Pfeiler unterstützt war, während unter den beiden Gewölbeschenkeln Sprengwerke sich befanden.]

Das sogenannte Arbeiten des hölzernen Lehrgerüstes gibt ebenfalls zu Störungen Anlaß; bei Temperaturänderungen verkürzen oder verlängern sich die einzelnen Teile desselben, bei Feuchtwerden quillt das Holz und bei Trockenheit schwindet es. Diese von dem Fortschreiten der Wölbung unabhängigen Erscheinungen bewirken ein Heben oder Senken des Lehrgerüstes, so daß das Gewölbemauerwerk, soweit es fertiggestellt, diesen Bewegungen nur unter Spannungen hervorrufenden Formänderungen zu folgen vermag. Die Schwinderscheinungen des Lehrgerüstholzes sind dabei jedenfalls von überwiegendem Einfluß, weshalb schließlich wieder eine Senkung des Lehrgerüstes verbleibt, welche ebenso wirkt wie eine durch Belastung hervorgerufene Verdrückung.

Bei großen Brückenbauwerken werden manchmal eiserne Lehrgerüste bevorzugt. Die Form der Bogenlehre leidet hier bei Belastung des Lehrgerüstes durch das Gewölbe nicht so sehr wie bei Holzlehrgerüsten, doch wächst die Schwierigkeit, Bewegungen infolge von Wärmeschwankungen zu vermeiden, erheblich, weil sowohl die Wärmeleitungszahl als auch der Wärmeausdehnungsfestwert für Eisen beträchtlich höher als für Holz liegt.

Auch nach Schluß des Gewölbes hören die Einwirkungen des Lehrgerüstes auf den Bogen nicht auf. Denn oft wird noch vor dem Ausrüsten mit dem Aufbringen weiterer Lasten, wie des Gewölbeaufbaues und der Fahrbahnkonstruktion, begonnen, wodurch das Lehrgerüst sich weiter setzen wird, da das Gewölbe meist noch nicht die nötige Festigkeit besitzt, um sich selbst und die Auflasten allein tragen zu können.

Die Schwankungen der Luftwärme, welche sich auf das Lehrgerüst meist leichter übertragen als auf das Gewölbe, geben ebenfalls Anlaß zu ungünstigen Einwirkungen des sich ausdehnenden und zusammenziehenden Lehrgerüstes auf das bereits geschlossene Gewölbe. Auch bei gleichbleibendem Wärmezustand von Lehrgerüst und Gewölbe sowie bei gleichen Änderungen könnten Störungen nicht ausbleiben, da das Gewölbe durch die zwischen ihm und dem Lehrgerüst an der Berührungsfläche übertragenen Druck- und Reibungskräfte behindert wird, die seinen Auflagerbedingungen entsprechenden Formänderungen frei zu vollführen. Bei langandauernder Erhöhung der Luftwärme kann es vorkommen, daß dieselbe auf das Gewölbe, dessen Baustoff ja einen größeren Ausdehnungskoeffizient hat als Holz, derart einwirkt, daß sich der Scheitel des Gewölbes mehr hebt als der des hölzernen Lehrgerüstes. Diesem Umstand verdankt das im Winter fertiggestellte 67 m weit gespannte Gewölbe der Cabin-John-Brücke bei Washington seine Ausrüstung, welche erst im Sommer des Jahres 1862 erfolgte.

Beim Bau der Wallstraßenbrücke in Ulm im Jahre 1905 wurde vor der Absenkung des Lehrgerüstes, auf welchem das Gewölbe neun Wochen lang geruht hatte, die Beobachtung gemacht, daß infolge der herrschenden hohen Temperatur der Bogen im Scheitel sich bereits von der Schalung losgelöst hatte. Hier sei auch noch ein interessantes Beispiel aus dem Hochbau angeführt, nämlich die kürzlich in Eisenbeton neu hergestellte Innenkuppel der

ehemaligen Benediktinerabtei in St. Blasien. Die Ausrüstung der Kuppel erfolgte durch Abkühlung des eisernen Lehrgerüstes.[1])

Diese Tatsachen lehren, welche geringe Bedeutung Messungen der Scheitelsenkung lediglich während des Ausrüstens zukommt. Soll die Beobachtung der Scheitelbewegungen von Wert sein, so muß sie nach dem Aufstellen des Lehrgerüstes beginnen und möglichst auch nach dem Ausrüsten noch lange Zeit fortgesetzt werden unter gleichzeitiger Beobachtung der Temperaturen.

Tritt der umgekehrte Fall ein, d. h. fällt die Gewölbetemperatur, dann sucht sich das Gewölbe längs seiner Bogenachse zu verkürzen; es wird jedoch durch das Lehrgerüst in der Formänderung behindert, so daß Zugspannungen und Risse auftreten können.

Bei eisernen Lehrgerüsten treten ähnliche Erscheinungen auf. Bei Temperaturerhöhung hebt sich das Lehrgerüst und übt Drücke auf das Gewölbe aus, in welchem infolgedessen Risse quer zur Bogenachse auftreten können. Bei Temperaturfall dagegen senkt sich das Lehrgerüst, so daß das Gewölbe sich teilweise frei trägt, wodurch Druckspannungen entstehen, welche in dem noch nicht genügend erhärteten Gewölbe nicht nur elastische, sondern auch bleibende Formänderungen hervorrufen.

Die nach Schluß des Gewölbes lediglich durch die gegenseitige Beeinflussung von Gewölbe und Lehrgerüst veranlaßten Formänderungen verschwinden wieder nach dem Ausrüsten, soweit sie elastischer Natur waren; auch die dem gleichen Umstande zu verdankenden Risse schließen sich größtenteils wieder. Die Möglichkeit der Rissebildung bei den beschriebenen Vorgängen an den verschiedensten Stellen zeigt, wie wichtig es ist, an dem Grundsatze festzuhalten, für Gewölbe aus Beton oder Mauerwerk keine oder doch nur sehr geringe Zugspannungen zuzulassen.

2. Wandelbarkeit der Kämpferfugen.

Störungen des normalen Zustandes, welche für den Bestand eines Gewölbes gefährlich werden können, liegen vor, wenn die Widerlagerflächen, auf welche sich das eigentliche Gewölbe mit seinen Kämpfern stützt, nicht unwandelbar sind, sondern sowohl wagerechte als senkrechte Verschiebungen und auch Drehungen erleiden. Insbesondere bei flachen Gewölben ist wegen des großen Horizontalschubes ein Nachgeben der Widerlager in Richtung des Kämpferdruckes auch bei gutem Baugrund zu erwarten. Sind die Bewegungen der Widerlager vor dem Ausrüsten des Gewölbes auch unmerklich und ohne Bedeutung, so werden sie doch in einzelnen Fällen, insbesondere bei weit gespannten Gewölben, während oder nach dem Ausrüsten deutlich wahrnehmbar. In dieser Hinsicht liegen folgende Messungsergebnisse über das Ausweichen von Widerlagern vor:

Beim Bau der Brücke de la Coulouvrenière über die Rhone in Genf wurde am linken Widerlager des einen Hauptbogens von 40 m Stützweite und 5,55 m Pfeilhöhe ein Ausweichen von 4 bis 5 mm festgestellt.

[1]) Vergl. Deutsche Bauzeitung 1912.

Beim Ausrüsten des 36,4 m weiten und 4,8 m hohen Dreigelenkbogens aus Stampfbeton über den Teltowkanal bei Britz hatte man am nördlichen Kämpfergelenk eine wagerechte Bewegung von 0,5 mm und am südlichen eine solche von 2,5 mm gemessen.

Das linksufrige Widerlager des bei 3,10 m Pfeilhöhe 30 m weit gespannten Gewölbes der Brücke über die Schlitza bei Tarvis ist beim Ausrüsten um 2,5 mm ausgewichen.

Beim Bau der Eisenbahnbrücke über den Neckar bei Tübingen zeigten sich beim Ausrüsten der Eisenbetonbogen von 28 m Stützweite und 2,55 m Pfeilhöhe wagerechte Verschiebungen der Bogenkämpfer bis 0,2 mm.

Nach dem Ausrüsten des Gewölbes der Donaubrücke bei Munderkingen beobachtete man seitliche Verschiebungen am linken Widerlager von 2 bis 6,5 mm, am rechten solche von 3,6 mm.

Verursacht werden die Kämpferbewegungen vor allem durch die unter der Gewölbelast erfolgende elastische und unelastische Zusammenpressung des Baugrundes und des Widerlagers. Dieses sogenannte Setzen macht sich naturgemäß in stärkstem Maße beim Ausrüsten des Gewölbes bemerkbar; es dauert aber auch nachher noch an und hört oft erst nach Monaten oder Jahren ganz auf.

Da beim Ausrüsten des Gewölbes in den meisten Fällen die Widerlager noch nicht überschüttet bezw. mit dem Aufbau versehen sind und daher die Endresultierende nahe an den hinteren Rand der Fundamentfläche tritt, so ist außer einer Verschiebung der Kämpferfuge eine Drehung derselben nach auswärts zu erwarten, welche später wieder ganz oder teilweise zurückgeht.

Je nachgiebiger der Baugrund und je kürzer die Erhärtungsfrist des Widerlagers bis zum Ausrüsten war, um so größer wird die Bewegung der Kämpferfuge und um so bedeutender die Störung. Am gefährlichsten ist jedoch der Einfluß der Nachgiebigkeit des Baugrundes; die durch sie hervorgerufene Lagenänderung der Kämpferfuge macht sich, wie schon erwähnt, nicht sofort nach dem Ausrüsten in vollem Umfange geltend; Ruhe tritt erst ein, nachdem nicht nur das volle Eigengewicht der Brücke zur Geltung gekommen ist, sondern auch die Verkehrslasten längere Zeit auf das Bauwerk eingewirkt haben.

Bei unsachgemäßer Gründung der Widerlager auf schlechtem Baugrund können insbesondere die wagerechten Verschiebungen der Gewölbekämpfer infolge Ausweichens der Widerlager so beträchtlich werden, daß die Standsicherheit des Gewölbes in Frage gestellt ist. In der Tat lassen sich die meisten Gewölbeeinstürze auf das Ausweichen der Widerlager infolge zu großer Nachgiebigkeit des Baugrundes, mangelhafter Gründung der Widerlager oder auch Unterspülens derselben durch Hochwasser zurückführen.

Stützt sich das Gewölbe mit dem einen seiner Kämpfer gegen einen Zwischenpfeiler, so wird sich derselbe, falls das zweite von ihm gestützte Gewölbe den gleichen Schub wie das erste ausübt, im allgemeinen nur in lotrechter Richtung setzen. Sind jedoch die auf den Pfeiler ausgeübten Gewölbeschübe ungleich oder greifen sie in verschiedenen Höhen an und erfolgt ferner die Verteilung der Bodenpressungen über die Fundamentsohle nicht

gleichmäßig, dann kommen Bewegungen bezw. Verbiegungen des Pfeilers vor, welche insbesondere auch horizontale Verschiebungen der Kämpferfugen zur Folge haben, so daß die Stützweite des einen Gewölbes um das gleiche Maß sich verkürzt, wie die des anderen sich vergrößert. Je höher die Angriffspunkte über der Fundamentsohle liegen und je größer die Abweichung der im Pfeilerquerschnitt verlaufenden Drucklinie von dessen Achse infolge des Unterschiedes der Horizontalschübe ist, um so größer wird die Ausbiegung des Pfeilers und damit die Verschiebung der Kämpferfugen.

Eine außergewöhnliche Art von Beanspruchungen und Bewegungen von Brückenpfeilern kommt bei Flußbrücken in Ländern mit kaltem Klima manchmal vor, verursacht durch einseitigen Eisdruck auf den im Flusse stehenden Pfeiler, falls derselbe rasch strömendes, nicht oder nur teilweise zugefrorenes Wasser von ruhiger fließendem, mit verhältnismäßig starker Eisschicht bedecktem trennt. Die sich ausdehnende Eismasse kann unter Umständen gewaltige Drücke auf den Pfeiler ausüben und sein Ausweichen nach der teilweise eisfreien Flußseite zur Folge haben. Im Zentralblatt der Bauverwaltung 1893, S. 242, führt Rothschuh zwei Fälle an, in welchen die Flußpfeiler zweier Brücken in Kanada durch Eisdruck stark aus ihrer ursprünglichen Lage verschoben wurden; es handelte sich allerdings um Pfeiler, welche zur Unterstützung eiserner Balkenbrücken dienten und welche wagerechten Kraftangriffen nicht so gewachsen sind wie die zwischen Gewölbe gespannten Brückenpfeiler; immerhin verdient auch hier die erwähnte Erscheinung wegen ihrer etwaigen Wirkung auf die Gewölbebeanspruchung beachtet zu werden.

Die statische Wirkung der Bewegungen der Kämpferfugen äußert sich in den Veränderungen, die der Verlauf der Drucklinie im Gewölbe erleidet. Die wichtigste der hierher gehörenden Störungsursachen, das Ausweichen der Widerlager, verursacht eine Vergrößerung der Stützweite und damit eine Senkung des Gewölbescheitels. Die Drucklinie tritt in den Kämpfern an die Gewölbeleibung und im Scheitel an den Gewölberücken heran, so daß die Störung ähnlich wie beim Nachgeben des Lehrgerüstes wirkt. Weniger gefährlich sind Drehungen und lotrechte Bewegungen der Kämpferfugen, da sie an sich schon sehr klein ausfallen und ihre Wirkung als Störungsursache im Verhältnis zu der horizontaler Verschiebungen verschwindend ist. Zudem kommt nur der Unterschied der Vertikalbewegungen der beiden Kämpferfugen in Betracht, welcher bei gleicher Senkung des linken und des rechten Widerlagers gleich Null wird.

3. Wärmeschwankungen.

In dem Abschnitt über die Bewegungen des Lehrgerüstes hatten wir schon Gelegenheit, Temperatureinflüsse in bezug auf die gegenseitigen Einwirkungen von Gewölbe und Lehrgerüst für den Fall, daß ersteres noch auf letzterem ruht, zu erörtern. Die folgende Betrachtung macht sich zur Aufgabe, die durch äußere oder innere Einflüsse hervorgerufenen örtlichen und zeitlichen Änderungen der Gewölbetemperatur und ihre Wirkung als Störungsursache zu schildern.

Die nach dem Ausrüsten eines Gewölbes im Laufe der Zeit vorkommenden Schwankungen der Lufttemperatur teilen sich natürlich auch der Gewölbe-

konstruktion mehr oder weniger rasch und intensiv mit, je nach der geographischen und örtlichen Lage der Baustelle bezw. des Bauwerks, der Stärke und Breite des Gewölbes, den Eigenschaften des Baustoffes sowie der Art des Gewölbeaufbaues bezw. der Zwischenkonstruktion.

Die Einwirkung der Lufttemperatur auf die Temperatur im Gewölbe selbst wird sich im allgemeinen nicht in gleichmäßiger Weise geltend machen. Nehmen wir an, die Temperatur des Gewölbes wäre bei Gewölbeschluß in jedem Punkte genau so groß gewesen wie die der Luft und letztere ändere sich nun in sehr kurzer Zeit wesentlich bis zu einer dann unveränderlich bleibenden Maximal- oder Minimaltemperatur, dann werden die freiliegenden Begrenzungsflächen des Gewölbes alsbald die neue Lufttemperatur annehmen, welche sich entsprechend der geringen Leitfähigkeit des Gewölbebaustoffes nur sehr langsam in das Innere fortpflanzt, so daß die Temperaturen in den einzelnen Punkten des Gewölbes je nach deren Lage, insbesondere in bezug auf den Abstand von den mit der Außenlast direkt in Berührung stehenden Gewölbe- oder Brückenrändern ganz verschieden ausfallen. Noch unübersichtlicher werden die Temperaturverhältnisse im Inneren der Gewölbe, wenn Teile desselben für längere Zeit, wenn auch mit zeitweiligen Unterbrechungen, der Sonnenbestrahlung ausgesetzt sind, wobei die getroffene Fläche selbst und die unmittelbar benachbarten Gewölbeteile stärker erwärmt werden als die übrigen.

Unter diesen Umständen ist es begreiflich, daß man behufs Ermittlung der durch Wärmeänderungen im Gewölbe hervorgerufenen Spannungen zu die Rechnung ermöglichenden und vereinfachenden Annahmen greifen muß, ähnlich wie dies ja auch bei der statischen Berechnung bei Zugrundelegung der Verkehrsbelastung der Brücke und der Art ihrer Übertragung auf das Gewölbe üblich ist.

Erst seit Einführung der Elastizitätstheorie der Gewölbe berechnet man die durch Temperaturschwankungen hervorgerufenen Nebenspannungen, wobei man meist einen mehr oder weniger dem Unterschied der jährlichen Maximal- und Minimallufttemperaturen sich nähernden Wert, nämlich einen Temperaturunterschied in der Gewölbewärme von 40 bis 50° C, in Rechnung zog und die Temperatur des Gewölbes im normalen Zustand gerade als Mittel der beiden Grenzwerte annahm. Die folgenden Betrachtungen mögen zeigen, inwieweit diese Annahme ihre Berechtigung hat.

Wie schon kurz angedeutet, kommen die überhaupt größten und kleinsten Lufttemperaturen am Standort des Brückenbauwerks für die im Gewölbe sich einstellenden Temperaturen gar nicht in Betracht, da diese Grenzwerte nur sehr kurze Zeit andauern und höchstens auf die mit der Luft in Berührung befindlichen Oberflächenelemente des Gewölbes eine Wirkung ausüben können. Vielmehr werden nur lang anhaltende Lufttemperaturen bezw. die durchschnittlichen Monats- oder Wochentemperaturen genau genug als mittlere Gewölbetemperaturen angesehen werden können, je nachdem das Gewölbe durch die Art seiner Konstruktion und die Wahl des Baustoffes vor den Einwirkungen der Außentemperatur mehr oder weniger geschützt bleibt. Wir verstehen dabei unter mittlerer Gewölbetemperatur jene Temperatur, welche imstande ist, die verschiedenen mittleren Temperaturen aller zur Gewölbeachse parallelen Ge-

wölbestreifen in ihrer Gesamtwirkung auf die Formänderung des Gewölbes genau genug zu ersetzen.

Beispielsweise wäre die mittlere Gewölbetemperatur $t_m = \frac{\Sigma t \cdot \Delta s}{\Sigma \Delta s}$, wenn t die mittlere Temperatur der Bogenlamellen von der Länge Δs bedeutet.

Es ist klar, daß die einzelnen Gewölbeteile verschiedene Temperatur haben werden, schon aus dem Grunde, weil die Außentemperatur während der Gewölbeherstellung nicht unverändert blieb und die Wärmeschwankungen der Luft sich nicht in gleichem Maße dem fertigen Gewölbeteil wie den noch zu verarbeitenden Gewölbebaustoffen mitteilten.

Von den wenigen über Wärmeschwankungen in Gewölben angestellten Beobachtungen seien die von S. Stern (vergl. Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst 1911, Heft 3: Der Einfluß der Temperatur auf die Spannungen in Eisenbetongewölben) in folgendem kurz erörtert: Das Versuchsobjekt war die von der k. k. Straßenbauverwaltung in den Jahren 1909/10 bei Schärding in Oberösterreich erbaute Eisenbetonbrücke, deren Gewölbe eine Spannweite von 43 m und eine Pfeilhöhe von 5 m besitzt. Die Fahrbahntafel wurde durch eine Eisenbetonkonstruktion auf das im Scheitel 55 cm und im Kämpfer 80 cm starke Eisenbetongewölbe abgestützt. Stern beobachtete nach dem Ausrüsten des Gewölbes dessen Scheitelbewegungen während dreier Monate, wobei die täglichen Mittel der Temperaturen und der lotrechten Scheitelbewegungen festgestellt wurden. Es ergab sich — wie zu erwarten war —, daß das Gewölbe nicht sofort der Änderung der Lufttemperatur folgte, sondern erst nach etwa 24 Stunden den Wärmebewegungen der Luft in gewissem Maße nachgab. Die aus den Scheitelbewegungen berechneten mittleren Gewölbetemperaturen ergaben Schwankungen derselben derart, daß der größte Unterschied 10,8° C betrug, während die Temperatur der Luft von + 5 auf + 35° C stieg, also um 30° anwuchs, woraus der Schluß gezogen wurde, daß bei einer Lufttemperaturschwankung von 50° C die mittlere Gewölbetemperatur sich höchstens um $^1/_3$ dieses Betrages oder um etwa 18° C ändern würde.

In der Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1909, S. 369 sind Versuche beschrieben, welche v. Emperger im Monat Dezember 1908 an der Brücke über die Elbe in Döberney vorgenommen hat. Das Eisenbetongewölbe (System Melan) besitzt eine Stützweite von 34,5 m und eine Pfeilhöhe von 3,9 m bei einer Gewölbestärke von 85 cm im Scheitel und 95 cm im Kämpfer. Die mittlere Monatstemperatur wurde zu — 7,5° C festgestellt, während die aus den lotrechten Verschiebungen des Scheitels berechnete mittlere Gewölbetemperatur nur — 4° C betrug.

Beim Bau der Walnut Lane-Brücke in Philadelphia wurden ebenfalls Versuche zur Feststellung der Gewölbetemperatur angestellt Bei einer Spannweite von 71 m und einer Pfeilhöhe von 21,4 m hatte das Gewölbe eine Scheitelstärke von 1,67 m und eine Kämpferstärke von 2,89 m. Die Beobachtungen erstreckten sich vom August 1908 bis Mai 1909. Die Temperaturmessung in der Mitte des Gewölbekämpfers geschah wöchentlich mittels eines elektrischen Thermometers. Die mittleren Wochentemperaturen stimmen hiernach in ihrem Verlauf ziemlich gut überein mit den im Bogen gemessenen Temperaturen,

wobei erstere den letzteren etwa 14 Tage vorauseilten. In den zehn Monaten der Beobachtung schwankte die Lufttemperatur zwischen —12 und 33° C, während die Bogentemperatur zwischen —1 und 22,5° C wechselte; d. h. der größte Unterschied der Gewölbetemperaturen (in der Mitte des Bogens gemessen) betrug etwa die Hälfte des Unterschiedes der größten und kleinsten Lufttemperatur, welcher 45° C betragen hatte.

Die erwähnten Versuche lassen das eine deutlich erkennen, daß die Temperatur im Gewölbe wohl von der Lufttemperatur abhängig ist, jedoch deren oft beträchtlichen Schwankungen nur in stark gedämpfter Form folgt; es ist jedoch nicht möglich, daraus schon Schlüsse zu ziehen, welche eine brauchbare Unterlage für die Berechnung der Temperaturspannungen bieten könnten.

In folgendem erwähnen wir einen in der Literatur noch wenig erörterten Umstand, welcher bewirkt, daß Gewölbeteile aus Mörtel oder Beton schon gleich nach ihrer Herstellung eine von der Temperatur der Luft und der Baustoffe wesentlich verschiedene Temperatur annehmen werden, nämlich das Entstehen chemischer Wärme beim Abbinden von Mörtel und Beton, die eine nicht unbeträchtliche Wärmeerhöhung der im Abbinden begriffenen Körper herbeiführt. Die Ergebnisse einiger der auf diesem Gebiete von Forschern angestellten Versuche seien zum Teil hier angeführt.

Vor allem verdienen die von Hoßbach im Laboratorium ausgeführten Versuche Erwähnung, deren Ergebnisse auf der Hauptversammlung des Vereins deutscher Portlandzementfabrikanten im Jahre 1909 vorgetragen wurden. Die Versuche waren in vier Varianten durchgeführt worden, und zwar unter Verwendung von: 1. langsam bindendem und 2. schnell bindendem Zement; a) ohne Zusatz von Sand mit reinem Zement unter Verwendung von 28 vH. Anmachewasser, b) mit Zementmörtel 1 : 3 mit 9 vH. Anmachewasser.

Der angemachte Zement- oder Mörtelbrei, dessen Ausgangstemperatur mit der Zimmertemperatur von 17° C übereinstimmte, wurde in vier konische Zinkblechtöpfe von verschiedener Größe gefüllt. (Jeder nächst größere Topf war 10 mal größer als der vorhergehende, so daß die größte Form 142 Liter enthielt.) Die Gefäße wurden sodann in Holztröge gedrückt, welche einen Schutz gegen äußere Temperatureinflüsse gewähren sollten.

Während des Abbindeprozesses wuchs die Temperatur in den Probekörpern allmählich bis zu einem Größtwerte an, um dann wieder abzunehmen. Bei der größten Form ergaben sich folgende höchste Temperaturablesungen:

Probekörper	Mischungsverhältnis	Zeit Stunden	Wärmegrade ° C
1a	1 : 0	13	100
1b	1 : 3	45	41
2a	1 : 0	11	92
2b	1 : 3	28	42

Die Wärmeerhöhung betrug also bei reinem Zement 75 bis 83° C und bei dem Zementmörtel 24 bis 25° C.

Bei den kleineren Gefäßen wurden entsprechend kleinere Temperaturen gemessen, was wohl mit der Wärmeabgabe an die Gefäßwände zusammenhing.

Von den an ausgeführten Bauwerken angestellten Versuchen seien in folgendem die von Brown näher erörtert (vergl. Engineering News 1910, Nr. 20).

Etwa in die Mitte einer sehr stark dimensionierten Kanalwand aus Beton im Mischungsverhältnis 1 Zement : 3 Sand : 3 Kies wurde während der Ausführung, die bei starkem Frost am 18. Januar 1909 ihren Anfang nahm, eine eiserne Röhre eingelassen, welche zur Aufnahme eines selbstregistrierenden Thermometers diente. Zum Schutz desselben gegen äußere Temperatureinflüsse waren die nötigen Vorkehrungen getroffen worden. Die zur Herstellung des Betons verwendeten Baustoffe wurden vorher erwärmt, so daß der gemischte Haufen eine mittlere Temperatur von etwa 21 ° C besaß. Allabendlich wurde neben der Temperatur des Betons die Lufttemperatur gemessen.

Die wichtigsten Angaben seien in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Datum	Lufttemperatur ° C	Betontemperatur ° C	Datum	Lufttemperatur ° C	Betontemperatur ° C
19. Januar	— 28	+ 33	1. Februar	— 18	+ 45
20. „	— 19	34	3. „	— 23	43
21. „	— 10	36	6. „	— 2	41
22. „	+ 1	37	12. „	— 15	38
23. „	+ 4	41	20. „	— 8	32
24. „	— 7	43	28. „	— 16	28
25. „	— 10	44	4. März	— 10	26
26. „	— 8	46	10. „	— 2	23
27. „	— 19	48	25. „	— 7	17
28. „	— 8	48	30. „	+ 2	16
29. „	— 10	47	10. April	— 2	13
30. „	— 6	45	20. „	+ 3	11
31. „	— 7	45	26. „	+ 0	11
			1. Mai	+ 5	10

Nach Ablauf von etwa $3^1/_2$ Monaten seit Beginn der Beobachtungen blieb die Temperatur in der Mauer nahezu konstant, und die Versuche wurden abgebrochen. Die Temperatur des Betons hatte sich also seit Einbringen des letzteren innerhalb 9 Tagen von 21 auf 48 ° C, also um 27 ° C erhöht, um dann ganz allmählich nach einem Zeitraum von 3 Monaten bis auf 10 ° C herunterzugehen, ohne jedoch die herrschende mittlere Lufttemperatur schon erreicht zu haben.

Wie die etwas rohen, noch nicht allen Verhältnissen genügend Rechnung tragenden Versuche zeigen, ist die beim Abbinden von Zementmörtel und Beton freiwerdende Wärme die Ursache von Temperaturerhöhungen, welche Beachtung verdienen.

Bei Steingewölben nimmt der Mörtel ungefähr den dritten Teil des Gesamtvolumens ein, so daß die mittlere Temperatur des Gewölbes etwa gleich $\frac{t_1 + 2\,t_2}{3}$, wenn t_1 die mittlere Temperatur des Mörtels und t_2 die mittlere Temperatur der Steine ist.

Bei Betongewölben ist die Temperaturzunahme beim Abbinden um so kleiner, je magerer das Mischungsverhältnis, da die erzeugte Wärmemenge umsomehr an die vom Zement umhüllten Steine und Sandkörner abgegeben wird, je größer deren Raumanteil ist.

Beachtet man ferner, daß das Wölben fortlaufend oder richtiger (wie später noch beschrieben wird) in einzelnen Lamellen erfolgt und daß die Gewölbeherstellung Tage und Wochen in Anspruch nehmen kann, was zur Folge hat, daß wegen des verhältnismäßig raschen Steigens und allmählichen Sinkens der Temperatur beim Abbinden alle Gewölbeabschnitte (die beispielsweise je einen Tag zur Herstellung gebrauchten) bei Schluß des Gewölbes verschiedene Temperatur aufweisen werden, je nach der seit ihrer Herstellung verflossenen Frist, so erkennt man, daß es kaum möglich ist, bei Schluß eines Gewölbes die in ihm herrschenden Temperaturen oder auch nur die mittlere Gewölbetemperatur anzugeben; jedenfalls wird letztere gewöhnlich von der gerade herrschenden Außentemperatur wesentlich abweichen; sie wird in der Regel höher sein als die mittlere Lufttemperatur, welche während der Ausführungszeit des Gewölbes festgestellt werden konnte.

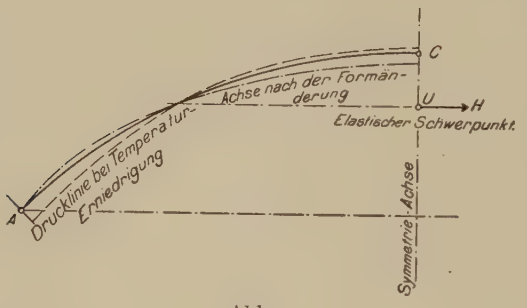

Abb. 1.

Es ist nun noch einiges zu sagen über die Wirkung der Temperaturschwankungen im Gewölbeinneren als Störungsursache des normalen Zustandes des Gewölbes:

Das Gewölbe sei bei der ihm eigenen mittleren Temperatur t_0 geschlossen worden; diese erniedrige sich infolge Abkühlung des Gewölbes auf t_1, dann sucht sich die Bogenachse entsprechend zu verkürzen und, wenn die Kämpfer unbeweglich sind, senkt sich der Bogen derart, daß seine Krümmung sich im Scheitel verflacht, im Kämpfer dagegen verschärft. Die Drucklinie tritt somit im Scheitel nach oben und in der Nähe der Kämpfer nach unten, wie auch bei einem Ausweichen der Widerlager (vergl. Abb. 1). Im umgekehrten Fall, bei Erhöhung der Gewölbetemperatur, tritt die Drucklinie im Scheitel näher an die Leibung und im Kämpfer an den Rücken des Gewölbes heran. Die Störung wird um so bedeutender sein, je größer der mittlere Elastizitätsmodul des Gewölbes ist. Nun ist dieser aber durchaus nicht gleichbleibend, sondern wächst bekanntlich mit dem Alter des Gewölbes bezw. mit der Erhärtung des Zementmörtels oder des Betons. Da nun die Temperaturspannungen proportional mit dem Elastizitätsmodul wachsen, so erkennt man, wie wichtig dessen einigermaßen genaue Bestimmung zur Zeit der in Rechnung zu ziehenden Temperaturänderung ist.

Die Berechnung eines Gewölbes erfolgt in der Regel für den Zeitpunkt der Inbetriebnahme des Brückenbauwerks, abgesehen von Vorberechnungen, welche für einzelne Phasen des Arbeitsfortschritts manchmal nötig werden. Man wird daher auch den Elastizitätsmodul erfahrungsgemäß oder an Hand

von Versuchen für den genannten Zeitpunkt zu bestimmen suchen. Wäre bis dahin die Temperatur im Gewölbe unverändert geblieben und würde sich erst jetzt um einen bestimmten Betrag ändern, so wäre die Berechnung der Temperaturspannungen einwandfrei, wenn man den augenblicklich vorhandenen Elastizitätsmodul in die Rechnung einführte. In Wirklichkeit liegt die Sache nicht so einfach, denn das Gewölbe ändert seine Temperatur schon gleich nach seiner Vollendung, also zu einer Zeit, wo der mittlere Elastizitätsmodul noch sehr klein zu sein pflegt.

Nehmen wir z. B. einmal an, die Gewölbetemperatur t_0 steige gleich nach dem Ausrüsten, also bei kleinem Elastizitätsmodul E_0 bis auf t_1 und behalte diesen Wert unverändert bei, bis durch die fortgeschrittene Erhärtung des Mörtels bezw. des Betons das Gewölbe den größeren Elastizitätsmodul E_1 angenommen hat. Nimmt die Gewölbetemperatur jetzt rasch wieder ab, bis sie ihren ursprünglichen Wert t_0 erreicht hat, so wird trotzdem das Gewölbe nicht wieder im normalen Zustand sein, denn es tritt eine Drucklinie auf, welche einen Verlauf nimmt, als hätte das Gewölbe (mit dem Elastizitätsmodul E_0) eine Temperaturerniedrigung Δt erfahren. Dann wäre

$$\Delta t = \frac{E_0 - E_1}{E_0} (t_1 - t_0).$$

Würde E_0 auf $E_1 = 2\,E_0$ gewachsen sein, dann bliebe am Ende des gedachten Vorganges eine Formänderung des Gewölbes zurück, wie wenn die Gewölbetemperatur gleich nach dem Ausrüsten bei E_0 um

$$\Delta t = -(t_1 - t_0)$$

gesunken wäre oder auch bei E_1 um

$$\Delta t' = -\left(\frac{t_1 - t_0}{2}\right), \quad \text{da} \quad \Delta t' = \frac{E_0 - E_1}{E_1} (t_1 - t_0).$$

Umgekehrt verhält es sich, wenn nach dem Ausrüsten die Temperatur des Gewölbes sinkt. Es wachse der Elastizitätsmodul in demselben Verhältnis, wie die Temperatur abnimmt, so wird

$$E = c_1 \cdot E_0 (t_0 - t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{a)}$$

Nachdem der Elastizitätsmodul E_1 bezw. die Gewölbetemperatur t_1 erreicht ist, nehme die Temperatur des Gewölbes wieder zu wie der Elastizitätsmodul, bis sie wieder den ursprünglichen Wert t_0 erlangt hat, während der Elastizitätsmodul den Wert E_2 angenommen hat.

Für diesen zweiten Abschnitt ist

$$E = c_2 \cdot E_1 (t - t_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{b)}$$

Die Spannungsänderungen im Gewölbe infolge der Wärmeschwankungen seien den Werten Δx proportional, dann ist während der Periode t_0 bis t_1 bezw. E_0 bis E_1

$$\Delta x_1 = c_1 \varepsilon E_0 \int_{t_0}^{t_1} (t_0 - t)\, dt = -c_1 \varepsilon \frac{E_0}{2} (t_0 - t_1)^2 \quad . \quad . \quad . \quad \text{c)}$$

Während der Rückkehr zur ursprünglichen Temperatur zwischen E_1 und E_2

$$\Delta x_2 = \varepsilon \int_{t_1}^{t_0} c_2 E_1 (t - t_1)\, dt = \varepsilon c_2 \frac{E_1 (t_0 - t_1)^2}{2} = \varepsilon \frac{c_1 c_2}{2} E_0 (t_0 - t_1)^3 \quad . \quad . \quad \text{d)}$$

Somit bleibt nach Beendigung des gedachten Vorganges

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = c_1 \varepsilon \frac{E_0}{2} (t_0 - t_1)^2 [c_2 (t_0 - t_1) - 1] \quad . \quad . \quad e)$$

Dem entspräche für E_0 eine Wärmeänderung

$$\Delta t = \frac{c_1}{2} (t_0 - t_1)^2 [c_2 (t_0 - t_1) - 1] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad f)$$

für E_2 eine Änderung

$$\Delta t' = \frac{E_0}{E_2} \cdot \frac{c_1}{2} (t_0 - t_1)^2 [c_2 (t_0 - t_1) - 1]$$

$$= \frac{E_0}{E_0 c_2 (t_0 - t_1) c_1 (t_0 - t_1)} \cdot \frac{c_1}{2} (t_0 - t_1)^2 [c_2 (t_0 - t_1) - 1]$$

$$= \frac{1}{2} \left(t_0 - t_1 - \frac{1}{c_2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad g)$$

Die Werte c_1 und c_2 ermitteln sich aus den Elastizitätszahlen und Wärmeschwankungen zu

$$c_1 = \frac{E_1}{E_0 (t_0 - t_1)} \quad . \quad . \quad h) \qquad c_2 = \frac{E_2}{E_1 (t_0 - t_1)} \quad . \quad . \quad i)$$

Beispielsweise ist für $E_0 = \frac{1}{2} E_1 = \frac{1}{4} E_2$

$$c_1 = \frac{2}{t_0 - t_1}; \qquad c_2 = \frac{2}{t_0 - t_1}.$$

Dann wäre nach Gl. c), d), e): $\Delta x_1 = -\varepsilon E_0 (t_0 - t_1)$, $\Delta x_2 = 2 \varepsilon E_0 (t_0 - t_1)$ und $\Delta x = \varepsilon E_0 (t_0 - t_1)$. Die zurückbleibende Formänderung nach Wiederherstellung der ursprünglichen Temperatur entspräche somit für E_0 einer Temperaturänderung $\Delta t = t_0 - t_1$, für E_2 einer Temperaturänderung $\Delta t' = \frac{1}{4} (t_0 - t_1)$.

Die angeführten Beispiele zeigen, daß die der statischen Berechnung zugrunde zu legende Gewölbetemperatur für die Zeit der Inbetriebnahme des Bauwerks mit Rücksicht auf die stete Zunahme des Elastizitätsmoduls abhängig ist sowohl von der mittleren Anfangstemperatur des Gewölbes beim Ausrüsten, als auch von der Art der Schwankungen der Gewölbetemperatur in der darauffolgenden Zeit bis zu dem für die Inbetriebnahme vorgesehenen oder für die Berechnung maßgebenden Zeitpunkt

Da die Gewölbetemperatur, wie erwähnt, noch abhängt von Zeit und Ort, von der Art und Weise der Herstellung des Gewölbes, so ist es unmöglich, sie im voraus genau festzulegen; es ist daher empfehlenswert, zwei Grenzwerte zu ermitteln, zwischen welchen der wirkliche Wert voraussichtlich liegen wird. Der Mittelwert wird dann als wahrscheinliche Gewölbetemperatur in Rechnung gesetzt und die Größe seines Abstandes von den Grenzwerten zu den in die Rechnung einzuführenden positiven und negativen Werten der Temperaturänderungen hinzugefügt. Die Wahl der letzteren ist heute noch allzusehr der Willkür überlassen, und es bedarf noch vieler eingehenden Versuche, um in der Frage der Wärmeschwankungen in Gewölben mehr Klarheit zu schaffen.

Die Annahme von Unterschieden von ± 15 bis ± 25 ° C gegenüber einer gedachten beliebigen Normaltemperatur ist ein Notbehelf bei der Berechnung der sogenannten Temperaturspannungen, der zu Ergebnissen führt, die der Wirklichkeit meist nicht entsprechen. Es ist aber immerhin ein nennenswerter Fortschritt gegenüber den Berechnungen ohne Berücksichtigung der Temperaturschwankungen, der die Herabsetzung des Sicherheitsgrades rechtfertigt und dazu beiträgt, daß die Festigkeit der Gewölbebaustoffe besser als vorher ausgenutzt werden kann.

Die Unbestimmtheit und Veränderlichkeit der Größe des mittleren Elastizitätsmoduls des Gewölbes je nach der Art des Baustoffes, der verflossenen Erhärtungsfrist des Mörtels oder Betons und auch je nach der Beanspruchung erschwert wesentlich die Ermittlung der durch Störungen hervorgerufenen Zusatzmomente, die dem Elastizitätsmodul in der Regel direkt proportional sind.

Die Ermittlung des Elastizitätsmoduls für Beton bei betriebsfertigen gewölbten Brücken aus den bei Probebelastungen erfolgten Formänderungen ergab für E verhältnismäßig hohe Werte.

So fand Färber (Der Elastizitätsmodul eines Betongewölbes, Deutsche Bauzeitung 1911, Mitteilungen über Zement, Beton- und Eisenbetonbau, S. 117) bei der Belastungsprobe eines Dreigelenkbogens aus Eisenbeton von 33,6 m Spannweite den Elastizitätsmodul zu 351 000 kg/cm², wobei auf 1 m³ Beton aus Quarzsand- und Kalksteinschotterzuschlägen 320 kg Portlandzement kamen. Unberücksichtigt blieben bei der Berechnung lediglich die äußerst geringe Reibung der mit Paraffin geschmierten Zapfengelenke sowie die versteifende und lastverteilende Wirkung des Eisenbetonaufbaues. Aus dem Elastizitätsmodul des Verbundkörpers wurde der des Betons zu E_b gleich 342 000 kg/cm² ermittelt, wobei die Wirkung des 4 vH. betragenden Eisenquerschnitts nur für zentrischen Druck und nicht für Biegung berücksichtigt wurde; bei reiner Biegung würde angenähert $E_b = E - 3 \cdot 0{,}004\, E_e = 351\,000 - 0{,}012 \cdot 2\,170\,000 = 325\,000$ kg/cm². In Wirklichkeit käme somit ein zwischen 325 000 und 342 000 kg/cm² gelegener Mittelwert in Frage.

Bei der neu erbauten Werrabrücke bei Heringen [Eisenbahnbrücken aus Eisenbeton, von R. Christiani, Beton u. Eisen 1911, S. 173] ergab die Probebelastung des 53 m weiten gelenklosen Eisenbetonbogens nach fünfmonatlicher Erhärtungsdauer eine sehr gute Übereinstimmung der tatsächlichen Durchbiegungen mit den für einen Elastizitätsmodul $E = 300\,000$ errechneten. Der Beton enthielt 1 Teil Portlandzement auf 6 Teile Werrakies und hatte nach 28 Tagen eine Bruchfestigkeit von 365 kg/cm². Auch hier dürfte der Elastizitätsmodul des reinen Betons etwas unter dem des Verbundkörpers gelegen sein.

4. Schwinderscheinungen.

Das Schwinden ist eine Eigenschaft des zur Herstellung der Gewölbe verwendeten Mörtels und Betons und, wenn auch in viel geringerem Maße, der Wölbsteine, soweit sie bei ihrer Vermauerung mit Wasser (Bruchfeuchtigkeit) gesättigt waren.

Die Raumverminderung von Mörtel- und Betonkörpern nach ihrer Herstellung ist um so bedeutender, je größer der Zementzusatz und je höher der

Wasserzusatz bei der Bereitung war, ferner je höher die Lufttemperatur und je geringer der Feuchtigkeitsgehalt der Luft beim Abbinden und Erhärten der Körper ist; sie ist auch abhängig von den Eigenschaften des Zementes und der Zuschläge, der Art der Herstellung (Stampfarbeit) usw.

Die wissenschaftlichen Versuche zur Ermittlung des Schwindmaßes von Mörtel und Beton sind weder zahlreich, noch in jeder Beziehung vollkommen, letzteres hauptsächlich aus dem Grunde nicht, weil infolge der bestehenden Schwierigkeiten die Temperaturveränderungen der Versuchskörper beim Abbinden nicht berücksichtigt werden konnten und weil die im Verlauf der Beobachtung gemessenen Längen der Meßstrecke nicht auf das bei der Herstellung der Körper vorhandene Maß bezogen wurden, sondern auf das 1 oder 2 Tage später beobachtete. Auch andere Umstände, wie die besonderen Eigenschaften der Zuschläge, wie beispielsweise deren Feuchtigkeitsgehalt beim Anmachen des Mörtels und des Betons sowie der Wechsel des Feuchtigkeitsgehalts der Luft im Verlauf der Beobachtungen, konnten bisher nicht genügend berücksichtigt werden.

Darauf sind wohl auch die großen Unterschiede in den Ergebnissen der Versuche zurückzuführen; trotzdem lassen dieselben schon deutlich erkennen, welch bedeutender Einfluß den Schwinderscheinungen bei statisch unbestimmten Stein- und Betonkonstruktionen, also auch bei gelenklosen Gewölben zukommt.

Die ältesten Versuche rühren von Bauschinger her, sie sind veröffentlicht in Heft VIII der Mitteilungen aus dem Mech.-Techn. Laboratorium der Königl. Techn. Hochschule, München 1879.

Bauschinger fand für je 9 Probewürfel verschiedener Zusammensetzung — Mischungsverhältnis 1 : 0, 1 : 3 und 1 : 5 — von 12 cm Seitenlänge nach 16 Wochen ein durchschnittliches Schwinden:

a) für Mischung 1 : 0 (reiner Zement) von 0,229 mm
b) „ „ 1 : 3 „ 0,141 „
c) „ „ 1 : 5 „ 0,132 „

Diesen Werten entsprechen folgende Schwindmaße:

a) Mischung 1 : 0 0,0019
b) „ 1 : 3 0,0012
c) „ 1 : 5 0,0011.

Im Protokoll der Verhandlungen des Vereins deutscher Zementfabrikanten vom 22. und 23. Februar 1889 sind Versuche beschrieben, welche Schumann mit Stein- und Mörtelprismen in bezug auf ihre Volumbeständigkeit angestellt hatte. Schumann fand, daß Mörtelprismen in Mischung 1 Teil Zement zu 3 Teilen Sand von 10 cm Länge, die 1 Woche unter Wasser und 3 Wochen an der Luft gelagert hatten, sich um 0,042 mm durchschnittlich verkürzten, was ein Schwindmaß von 0,0004 ergibt.

Es seien hier noch kurz Versuche erwähnt, die Prof. v. Bach[1]) im Dezember 1906 in Angriff nahm. Es wurden Betonprismen von 20 × 20 cm Querschnitt

[1]) Versuche über die Längenänderung des Betons bei Wasser- und bei Luftlagerung von C. Bach, Armierter Beton 1909, S. 352. Vergl. auch: Volumenänderungen des Betons und dabei auftretende Anstrengungen in Beton- und Eisenbetonkörpern, von Otto Graf, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1912, Heft 51.

und 1,0 m Länge im Mischungsverhältnis 1 Teil Portlandzement zu 4 Teilen Rheinsandkies bei 7,9 vH. Wasserzusatz hergestellt. Die ersten Messungen wurden 3 Tage nach Herstellung vorgenommen. Die Temperatur der Probekörper wurde von da an auf immer gleicher Höhe erhalten, im Sommer jedoch wurden Schwankungen zwischen 15 und 22 °C beobachtet. Bei den an der Luft lagernden Proben ergab sich ein Schwindmaß

von	0,000065	nach	30 Tagen
„	0,000202	„	90 „
„	0,000410	„	365 „
„	0,000435	„	650 „

Bei der Bestimmung der Wärmeausdehnung von Beton hat Prof. Rudeloff[1]) die Ausdehnungszahl und das Schwindmaß der Probekörper aus den Ergebnissen der Messungen durch Rechnung angenähert bestimmt. Die Probekörper hatten 20 × 20 cm Querschnitt und 75 cm Länge und waren in den verschiedensten Mischungsverhältnissen ausgeführt. Die in Tabelle 4 angeführten Ergebnisse zeigen verhältnismäßig kleine Werte für das Schwindmaß (0,00002 bis 0,00006 nach 363 Tagen), die unter sich große Unterschiede ohne jede Gesetzmäßigkeit aufweisen. Prof. Rudeloff wies in der unten angeführten Abhandlung selbst auf die Schwierigkeiten hin, welche bei den Beobachtungen zu überwinden waren, infolge der vor den Messungen mit den Probekörpern rasch hintereinander vorzunehmenden Behandlungen (Wasser- und Luftlagerungen, Abkühlen und Erwärmen), weshalb die wahre Wärme in den Betonkörpern kaum genau festgestellt werden konnte. Auffallend ist, daß bei den Proben der Tabelle 4 nach 28 Tagen Erhärtung nur eine Dehnung, also kein Schwinden beobachtet wurde.

Im Anschluß an die erwähnten Versuche sind von Prof. Rudeloff weitere in gleicher Richtung sich bewegende Versuche größeren Maßstabes nach bestimmt vorgerissenem Arbeitsplan unter Verwendung von Betonprismen gleicher Abmessung (20 × 20 × 75) und gleichen Mischungsverhältnisses (1 Teil Zement zu 3 Teilen Kiessand) ausgeführt worden. Versuchsausführung und Versuchsergebnisse sind wiedergegeben im Heft 23 des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, das inzwischen erschienen ist und auf das hiermit verwiesen sei.[2])

Neuerdings hat Prof. Schüle mit einem sinnreich konstruierten Meßapparat Versuche größerer Genauigkeit durchgeführt [siehe Mitteilungen der Eidgen. Materialprüfungsanstalt am Schweizer Polytechnikum in Zürich, Heft 13].

Die Ergebnisse von 3 Versuchsreihen sind, soweit sie die Raumänderung von Beton- und Mörtelprismen betreffen, aus folgenden Tabellen zu entnehmen:

---

[1]) Rudeloff, Die Bestimmung der Wärmeausdehnung von Zementbeton und anderen Baustoffen, Armierter Beton 1911, S. 172.

[2]) Deutscher Ausschuß für Eisenbeton. Heft 23: Untersuchungen über die Längenänderungen von Betonprismen beim Erhärten und infolge von Temperaturwechsel, ausgeführt im Königl. Materialprüfungsamt zu Berlin-Lichterfelde-West i. J. 1912. Bericht erstattet von Prof. M. Rudeloff, Berlin 1913. Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn.

I. Prismen von $4 \times 4 = 16$ cm² Querschnitt, 16 cm Länge.

Portlandzement-mörtel Mischungs-verhältnis	Luftlagerung		Wasserlagerung	
	Längenänderung nach		Längenänderung nach	
	28 Tagen	2 Jahren	28 Tagen	2 Jahren
1 : 0	— 3,02	— 4,70	+ 0,53	+ 1,33
1 : 3	— 1,28	— 1,76	+ 0,09	+ 0,21

Die Längenänderungen sind in mm für 1 m angegeben.

II. Prismen von $8 \times 8 = 64$ cm² Querschnittfläche, 36 cm Länge, Portlandzement V.

Probekörper	Luftlagerung		Wasserlagerung	
	Längenänderung nach		Längenänderung nach	
	28 Tagen	1 1/2 Jahren	28 Tagen	1 1/2 Jahren
Mörtel: 1 : 1	— 0,61	— 1,11	+ 0,28	+ 0,66
„ 1 : 3	0,52	0,85	0,13	0,28
„ 1 : 5	0,44	0,76	0,09	0,15
Beton: 150 kg/m³ Zement	0,35	0,41	0,02	0,02
„ 300 „ „	0,11	0,38	0,06	0,12
„ 450 „ „	0,11	0,51	0,02	0,27

III. Prismen von $8 \times 8 = 64$ cm² Querschnitt, 36 cm Länge, Portlandzement Z.

Probekörper	Luftlagerung		Wasserlagerung	
	Längenänderung nach		Längenänderung nach	
	28 Tagen	1 1/2 Jahren	28 Tagen	1 1/2 Jahren
1 : 1	— 0,79	— 1,09	+ 0,52	+ 0,95
1 : 3	0,50	0,79	0,26	0,35
1 : 5	0,51	0,67	0,14	0,21
Zement 150 kg/m³	0,38	0,42	0	0,04
„ 300 „	0,36	0,41	0,15	0,20
„ 450 „	0,47	0,55	0,10	0,23

Die Versuchsreihe I wurde gebildet durch Mörtelprismen von 4×4 cm Querschnitt und 16 cm Länge. Das Anmachewasser betrug 12 vH. bei Mischung 1 : 3; die Länge der Meßstrecke wurde nach 12 stündiger Luftlagerung festgestellt.

Zu den Versuchsreihen II und III wurden Probekörper von 8×8 cm Querschnitt und 36 cm Länge benutzt. Das Anmachewasser betrug 10 bezw. 9 vH. bei Mischung 1 : 3. Die Meßstrecke wurde nach 24 stündiger Luftlagerung zum ersten Male gemessen. Die Probekörper II und III unterscheiden sich hauptsächlich in der verwendeten Zementsorte.

Erhebliche Unterschiede finden wir bei den Schüleschen Versuchen, wenn wir z. B. die Schwindmaße der Mörtelprismen im Mischungsverhältnis 1 Teil Zement zu 3 Teilen Sand in den drei Tabellen näher betrachten.

Bei den Probekörpern der Reihe I beobachtete man nach 28 Tagen das Schwindmaß 0,0013, bei denen der Reihe II und III dagegen 0,0005; nach

2 Jahren erhielt man bei I 0,0018 und nach $1^1/_2$ Jahren bei II und III 0,00085 bezw. 0,00079 als Schwindmaß. Da die Prismen der Reihe II und III den 4 fachen Querschnitt jener der Reihe I besitzen, so ist man versucht, den Schluß zu ziehen, daß Größe und Form das Schwindmaß beeinflussen in der Weise, daß dünne Mörtel- und Betonkörper rascher schwinden als vergleichsweise dickere, es könnte dies auf die Einwirkung der Luft zurückgeführt werden; diese war naturgemäß bei den dünneren Probekörpern wegen ihrer großen Oberfläche im Vergleich zum Rauminhalt am stärksten.

Vergleicht man die Wirkung des Schwindens mit der einer Temperaturänderung für $\varepsilon = 0{,}000014$, so findet man, daß beispielsweise das bei den Mörtelprismen im Mischungsverhältnis 1 : 3 der Versuchsreihen II und III nach 28 Tagen festgestellte Schwindmaß einer Temperaturabnahme entspricht von $\Delta t = \frac{0{,}0005}{0{,}000\,014} = \text{rd. } 36°$ C. Das für dieselben Probekörper nach $1^1/_2$ Jahren ermittelte Schwindmaß entspricht einer Temperaturabnahme von $\Delta t = \frac{0{,}000\,82\,5}{0\,000\,014}$ $= \text{rd. } 59°$ C. Die Betonprobekörper (mit 300 kg Portlandzement auf 1 m³ Zuschläge) hatten nach $1^1/_2$ Jahren Luftlagerung nach Tabelle III ein Schwindmaß von 0,00041, was einer Temperaturabnahme von $\Delta t = \frac{0{,}000\,41}{0{,}000\,014} = 29°$ C entsprechen würde.

Diese hohen Zahlen wollen jedoch nicht viel besagen im Hinblick darauf, daß der größte Prozentsatz der Schwindung bei fast allen Probekörpern schon nach 28 Tagen erreicht war; d. h. die größte Raumverminderung durch Schwindung findet statt zu einer Zeit, da deren Elastizitätsmodul — allerdings auch deren Festigkeit — noch sehr klein und im Wachsen begriffen ist, so daß die durch Behinderung des Schwindens tatsächlich entstehenden Spannungen ebenfalls entsprechend klein ausfallen. Näheren Aufschluß würden wohl Versuche geben, welche gleichzeitig jedesmal die Schwindung als auch den augenblicklichen Elastizitätsmodul der Probekörper feststellen würden.

Die bisherigen Versuche lassen jedoch schon ersehen, daß die Schwinderscheinungen bei statisch unbestimmten Konstruktionen keineswegs unbeachtet bleiben dürfen.

Die neuen Schweizer Vorschriften über Bauten in bewehrtem Beton verlangen daher, daß Schwinderscheinungen des Betons einem Temperaturabfall von 20° C gleichzuachten sind und lassen bei Berücksichtigung der durch Temperaturänderung und Schwinden verursachten Spannungen eine etwa um 50 vH. höhere Beanspruchung der Bauteile zu.

Die Wirkung der Schwinderscheinungen auf die Form des Gewölbes ist die gleiche wie bei Abnahme der Gewölbetemperatur. Die verursachten Spannungen können somit ebenso berechnet werden wie die Temperaturspannungen, indem man die in Rechnung zu stellende Temperaturabnahme um einen Wert erhöht, der der Größe des Schwindmaßes entspricht.

Schließlich sei noch bemerkt, daß eine Raumvergrößerung der Gewölbebaustoffe als Störung nicht in Betracht zu ziehen ist, da bei sachgemäß ausgeführten Brücken die Hauptursache, nämlich eine spätere Durchnässung des

Gewölbes, ausgeschlossen ist; übrigens würde eine Raumvergrößerung nur von Vorteil sein, als dadurch die Wirkung der Schwindung an anderen Stellen teilweise wieder ausgeglichen würde.

5. Normalkräfte.

Falls bei der Berechnung eines Gewölbes vorerst davon abgesehen wurde, die Arbeit der Normalkräfte bei Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen zu berücksichtigen, so kann die nachträgliche Berücksichtigung dadurch geschehen, daß man die Wirkung der Normalkräfte, die Zusammendrückung des Bogens längs seiner Achse und die damit erfolgende Verschiebung der normalen Lage der Drucklinie als Störung auffaßt, welche ähnlicher Wirkung ist wie Temperaturabnahme oder Schwindung des Gewölbes.

Die Zusammendrückung kann verhältnismäßig groß werden, wenn die Erhärtung und Festigkeit des Mörtels oder des Betons beim Ausrüsten des Gewölbes noch wenig fortgeschritten war.

Nimmt man an, daß die Normalspannung in der Bogenachse überall gleich groß ist (etwa durch Festsetzung eines Mittelwertes), so läßt sich die Verkürzung derselben durch die Normalkräfte auf eine solche durch entsprechende Verminderung der Gewölbetemperatur zurückführen, und die Ermittlung der Gewölbebeanspruchung erfolgt dann wie bei Berechnung von Temperaturspannungen.

6. Bauausführung.

Die bis jetzt genannten Störungen des normalen Zustandes eines Gewölbes können meist in der statischen Berechnung mit mehr oder weniger Annäherung berücksichtigt werden, indem man die durch Versuche an Baustoffen und an Gewölben ähnlicher Gestalt und Beschaffenheit ermittelten Werte sinngemäß auf den gerade vorliegenden Fall anwendet.

So wird man über die Größe des Elastizitätsmoduls, der Temperaturschwankungen, des Schwindmaßes, des Setzens des Lehrgerüstes und auch über das etwaige Nachgeben oder Ausweichen der Widerlager mehr oder weniger genau zutreffende Annahmen und Voraussetzungen machen können. Es ist jedoch kaum möglich, etwas vorauszusagen über die Genauigkeit der Ausführung des Gewölbes in bezug auf die ihm bei der Berechnung gegebene Form. Die Güte der Ausführung eines Gewölbes hängt in der Tat von den verschiedensten Umständen ab, wie von der Lage und Zugänglichkeit der Baustelle, von der Jahreszeit, in welche die Bauperiode fällt, von der herrschenden Witterung, von den Abmessungen des Gewölbes, von der Art und Beschaffenheit des Baustoffes sowie vor allem auch von der Tüchtigkeit und Zuverlässigkeit der bauausführenden Firma. Es sei hier nur erwähnt, daß schon die Anlage der Widerlager oder Pfeiler sich kaum auf das Millimeter genau bewerkstelligen läßt, so daß die gegenseitige Lage der Kämpferfugen von der vorgesehenen mehr oder weniger abweichen wird. Auch beim Aufreißen und Abbinden der Lehrbogen kommen Ungenauigkeiten vor, welche sich beim Aufstellen des Lehrgerüstes noch vergrößern werden, so daß die Bogenleibung nicht die genaue rechnungsmäßige Form erhält.

Alle diese von der menschlichen Geschicklichkeit hauptsächlich abhängenden Faktoren können im Grunde genommen ebenfalls zu den Störungsursachen gerechnet werden, da man ja von dem normalen Zustand eines Gewölbes voraussetzt, daß er genau der durch Rechnung und Zeichnung festgelegten Gewölbeform entspricht. Sie lassen sich jedoch nie ganz vermeiden und bilden auch einen wichtigen Grund für die reichliche Bemessung des für den Standfähigkeitsnachweis des Gewölbes zu fordernden Sicherheitsgrades. Es ist deshalb von allergrößter Wichtigkeit, daß der Bau von gewölbten Brückenbauwerken, insbesondere größeren Umfanges, nur an leistungsfähige, auf sorgfältige Arbeit bedachte Firmen von Ruf übertragen wird, welche eine mit den heutigen Hilfsmitteln mögliche tadellose Herstellung des Bauwerkes verbürgen. Dadurch wird auch eine vorzügliche Beschaffenheit der einzelnen Bauteile selbst gewährleistet, so daß die der Berechnung zugrunde liegenden Festigkeitswerte auch wirklich erreicht werden.

Obwohl mangelnde Übereinstimmung zwischen Ausführung und statischer Berechnung oft auch von letzterer selbst verschuldet wird, indem die notwendigerweise zu machenden Annahmen in Wirklichkeit nicht genau genug zutreffen, so sind die dadurch veranlaßten Störungen doch gleicher Natur wie die eben besprochenen. Es mögen deshalb die Ursachen kurz erörtert werden. Abgesehen von Fehlern und Ungenauigkeiten in der Berechnung, welche bei sorgfältiger Arbeit zu vermeiden sind, fassen wir die Wahl des spezifischen Gewichts des Gewölbes und seines Aufbaues, die Annahmen über Art, Größe und Verteilung der Verkehrslasten, ferner Annahmen betreffend die Größe des Elastizitätsmoduls, der möglichen Temperaturschwankungen, der Schwindung usw. als wichtige Grundlagen einer einwandfreien statischen Untersuchung eines Gewölbes auf. Führt man dieselben nicht richtig in die Berechnung ein, so erhält man natürlich ein falsches Bild von den im Gewölbe auftretenden Beanspruchungen.

Auch die übliche Voraussetzung, daß auf das Gewölbe nur lotrechte Lasten übertragen werden, trifft in Wirklichkeit nicht genau zu. Ist das Gewölbe mit Erde überschüttet, so werden durch den Zusammenhang der Erdmassen, vermöge ihrer Kohäsion und Reibung, außer den lotrechten auch wagerechte Kräfte auf das Gewölbe ausgeübt; bei Formänderungen treten auf seinem Rücken Reibungskräfte auf, welche in der Rechnung nicht zum Ausdruck kommen können. Ebenso läßt der feste Zusammenhang der Stirnmauern oder der Aufmauerung bezw. des Überbetons mit dem Gewölbe eine freie Formänderung des letzteren nicht zu, wenn nicht durch die Mauern parallel zur Gewölbeachse durchgehende Fugen, vor allem über den Kämpfern und dem Scheitel des Gewölbes, dieselbe wenigstens teilweise ermöglichen helfen.

Der aufgelöste Gewölbeaufbau gewährt einen besseren Einblick in das Kräftespiel; doch können hier durch die Stützen geringe Momente auf das Gewölbe ausgeübt werden, wenn nicht besondere Maßnahmen dies unmöglich machen, wie z. B. Trennung des Aufbaues von dem Gewölbe durch Fugen, welche Einlagen von Bleiplatten, Dachpappe oder dergl. erhalten können.

II. Maßnahmen zur Abschwächung der wichtigsten Störungen.

Wie wir im Laufe der Betrachtung sehen werden, lassen sich die Störungen bei der Ausführung von Gewölben auch durch die radikalsten Mittel nie ganz vermeiden, aber doch schließlich auf ein ganz bescheidenes Maß herabsetzen. Wir erreichen dies sowohl durch geeignete Formgebung bei der Konstruktion, wie insbesondere durch entsprechende Vorkehrungen und Maßnahmen bei der Ausführung des Gewölbes.

Es braucht nicht besonders erwähnt zu werden, daß die für die Standfähigkeit eines Gewölbes gegebene Hauptforderung vor allen Dingen erfüllt sein muß, nämlich, daß die Widerlager oder Pfeiler auf das sorgfältigste gegründet sind, so daß ungewöhnliches, den Bestand des Gewölbes gefährdendes Ausweichen derselben vermieden wird. Auch sollen in folgendem jene Arbeitsmethoden oder Ausführungsweisen, welche notwendigerweise zu einer sachgemäßen Herstellung des Gewölbemauerwerks oder Betons gehören, nicht ausführlich erörtert werden; wir setzen damit also voraus, daß die der Berechnung zugrunde gelegten Festigkeiten des Baustoffs bezw. der Bauteile bei der Ausführung auch erreicht werden.

A. Formgebung.

Die Störungen infolge von Verdrückungen des Lehrgerüstes, Verschiebungen der Widerlager, Temperaturschwankungen, Schwinderscheinungen und Wirkungen der Normalkräfte sind um so größer, je größer die Gewölbestärke und je kleiner das Pfeilverhältnis ist. Hieraus ergibt sich ohne weiteres das bei der Konstruktion von rationellen Brückengewölben einzuhaltende Verfahren.

Steht die Wahl des Pfeilverhältnisses frei, so wird man es möglichst groß wählen, ohne jedoch damit über ein gewisses Maß hinauszugehen, da sonst die Wirtschaftlichkeit des Bauwerks vielleicht unnötig leiden würde. Dem erfahrenen Ingenieur dürfte es jedoch leicht gelingen, die hier vorliegende Aufgabe, das geeignetste Pfeilverhältnis für den jeweils gegebenen Fall, unter Berücksichtigung aller Umstände in befriedigender Weise zu lösen.

Ein zweites Mittel zur Herabminderung der voraussichtlich zu erwartenden Störungen von vornherein bildet die Beschränkung der Gewölbestärke auf ein Kleinstmaß. Letztere hängt ab von vielen mehr oder weniger unveränderlich festliegenden Größen, d. h. von der Verkehrs- oder Nutzlast der Brücke, von dem spezifischen Gewicht und den elastischen Eigenschaften des Gewölbes, von der Schwere des Aufbaues oder der Zwischenkonstruktion über dem Gewölbe, von den Störungsursachen überhaupt und schließlich von der Festigkeit des Gewölbebaustoffs.

Da man bekanntlich von der Zulassung von Zugspannungen in massiven Gewölben in der Regel absieht, so wird man vor allem danach trachten müssen, die Druckfestigkeit des Gewölbebaustoffs auf ein möglichst großes Maß zu bringen und dieselbe, soweit es geht, bei der Beanspruchung auszunutzen, d. h. nur den unbedingt nötigen Sicherheitsgrad gegen Zerdrücken zu fordern.

Die Druckfestigkeit von Mauerwerk erhöht man durch Wahl eines druckfesten wetterbeständigen Steinmaterials und insbesondere aber durch Verwendung besten Portlandzementmörtels, da ja die Fugenfestigkeit gerade wegen der im Verhältnis zur Steinfestigkeit geringen Mörtelfestigkeit um vieles kleiner wird als die Bruchfestigkeit des Steinmaterials.

Bei Quadergewölben empfiehlt Prof. Engeßer, die Fugenfestigkeit zu erhöhen durch:

a) geeignete Beschaffenheit und Zusammensetzung der Mörtelstoffe,
b) Ausrüstung der Mörtelfugen mit Eisen, insbesondere äußeren Schluß der Fugen, um ein Ausweichen des Mörtels zu verhindern,
c) Vergießen der Fugen mit leicht schmelzbaren Metallegierungen von angemessener Festigkeit,
d) Ausschaltung der Mörtelfugen und dichtes Aneinanderstoßen der glatt bearbeiteten Quader, wobei die Fugen zweckmäßig eine Einlage von dünnen Metallplatten erhalten.

Teilweise hat der konstruierende Ingenieur es in der Hand, die Normalkräfte und damit die Gewölbestärke zu verringern, indem er den Aufbau über dem Gewölbe möglichst leicht gestaltet, d. h die Fahrbahnkonstruktion durch Spargewölbe, Spandrillmauern oder Eisenbetonkonstruktion unterstützt. Das gleiche Ziel wurde angestrebt durch Heranziehung eines spezifisch leichten Bausteins, wie des Klinkers, zur Gewölbeherstellung. Zu dem gleichen Zweck ist auch schon vorgeschlagen worden, das Gewölbe in der Richtung der Bogenachse mit Hohlräumen zu versehen oder dasselbe mit großen Betonhohlsteinen herzustellen.

Wenn die Nutzlast eine ruhende (Wasserleitungen) oder die Verkehrslast klein ist, sowie bei großen Spannweiten sind derartige Maßnahmen zur Verringerung des gesamten Eigengewichts angebracht, nicht dagegen bei Gewölben mit kleiner Spannweite und großen Verkehrslasten; hier ist man vielmehr genötigt, das Eigengewicht möglichst groß zu halten, was besser durch Anordnung eines schweren Aufbaues, einer Überschüttung oder Überbetonierung als durch Verstärkung des Gewölbes selbst erzielt wird. Der Vollständigkeit halber ist hier noch darauf hinzuweisen, daß die vorgeschlagene Maßnahme einer Verringerung der Gewölbestärke insofern eine ungünstige Wirkung mit sich bringt, als eine größere Nachgiebigkeit der Gewölbetemperatur der Außentemperatur gegenüber zu erwarten ist, worauf in der statischen Berechnung durch Einführung entsprechend größerer Werte für die Temperaturunterschiede Rücksicht genommen werden sollte.

Der Sicherheitsgrad kann um so kleiner gewählt werden, je mehr die statische Berechnung den wirklichen Verhältnissen Rechnung trägt, je gleichmäßiger der Gewölbebaustoff, je zuverlässiger die Gründung, je kräftiger die Ausbildung der Widerlager oder Pfeiler und schließlich je größer die auf die Ausführung verwendete Sorgfalt ist.

Prof. Engeßer hält bei eingespannten Gewölben großer Spannweite, für die Baustoff gleichmäßiger Güte verwendet und auf eine sorgfältige Berechnung und Ausführung Gewicht gelegt wird, unter Berücksichtigung von Temperaturänderungen und Ausweichen der Widerlager den Sicherheitsgrad $n = 4^1/_2$ bis 5

für zulässig, während bei diesen Gewölben, sobald sie lediglich nach der Stützlinientheorie ohne Berücksichtigung der Nebeneinflüsse berechnet sind, n nicht kleiner als 6 bis 8 anzunehmen sei.

B. Maßnahmen bei der Ausführung von Gewölben.

Bis vor mehreren Jahrzehnten führte man die Brückengewölbe allgemein derart aus, daß man mit der Wölbung von den vorher fertiggestellten Widerlagern aus in festem Anschluß an dieselben begann und das Gewölbemauerwerk beider Gewölbeschenkel symmetrisch allmählich gegen den Scheitel zu fortführte, wo der Schluß des Gewölbes durch Einbringen und Vermauern der Schlußsteine sofort erfolgte. Man bemerkte besonders bei Ausführung größerer Gewölbe, daß vor und während des Ausrüstens in der Nähe der Kämpfer im Gewölberücken Risse auftraten; im Scheitel wurden Risse in der Gewölbeleibung ebenfalls beobachtet. Diese Erscheinungen wurden auf die Verdrückungen des Lehrgerüstes zurückgeführt, weshalb man verschiedene Mittel anwendete, um die unliebsamen Zeugen vorhandener Zugbeanspruchungen zu vermeiden. Man belastete das Lehrgerüst vor Beginn der Wölbung ganz oder nur im Scheitel mit Bausteinen oder anderen leicht und ohne zu große Kosten aufzubringenden Lasten; man verwendete sehr plastischen, langsam abbindenden Mörtel unter möglichster Beschleunigung der Gewölbemauerung, um dadurch zu erzielen, daß die gesamte, durch die Senkungen des Lehrgerüstes hervorgerufene Formänderung sich noch vollzog, solange der Mörtel weich genug war, um diese Formänderungen mitmachen zu können, ohne Risse zu bekommen oder in Spannung versetzt zu werden. Den gleichen Zweck verfolgte man durch frühzeitige Ausrüstung der Gewölbe.

So wurden die Gewölbe der von Tolkmitt erbauten Brücke in Köpenick 60 Stunden nach Gewölbeschluß ausgerüstet.

Naturgemäß konnte ein Erfolg nur bei Gewölben kleinerer Spannweite verzeichnet werden, da ja die Ausführungsdauer, die etwa mit dem Quadrat der Spannweite wächst, bei größeren Gewölben mehrere Wochen beträgt; auch beachtete man nicht, daß durch zu frühes Ausrüsten starkes Zusammendrücken und große Formänderungen des Bogens hervorgerufen werden.

Das sogenannte Wölben in Ringen, das von französischen und englischen Ingenieuren angewandt wurde, wird manchmal unter jenen Maßnahmen aufgeführt, welche die Störungen einschränken sollen. Bedenkt man jedoch, daß die spezifische Beanspruchung des Lehrgerüstes bei der Anwendung dieses Verfahrens gegenüber den gebräuchlichen Werten meist gar nicht herabgesetzt wird, da man das Lehrgerüst eben entsprechend der geringeren Belastung schwächer ausbildet, ferner daß neue unberechenbare Nebenspannungen in das aus mehreren Ringen, ob mit oder ohne innige Verbindung unter sich, zusammengesetzte Gewölbe kommen, so erkennt man, daß das Wölben in Ringen im allgemeinen nicht sehr geeignet erscheint, die Erreichung des normalen Zustandes des Gewölbes zu fördern.

Zu den heute im Massivbrückenbau bei der Gewölbeherstellung hauptsächlich üblichen Mitteln, die zu erwartenden wichtigsten Störungen des normalen Zustandes der Gewölbe auf ein Kleinstmaß zu beschränken, gehören folgende:

1. Verwendung eines sehr kräftigen (d. h. das Gewölbe oft und sicher stützenden), möglichst unveränderlichen Lehrgerüstes;
2. Einschaltung von sogenannten Druckflächen im Scheitel und in den Kämpfern, deren provisorische Wirkung im allgemeinen nach dem Ausrüsten durch völliges Schließen der Scheitel- und Kämpferfugen wieder beseitigt wird;
3. Aussparen von parallel zur Gewölbeachse durchlaufenden Lücken bei der Herstellung des Gewölbes, welche vor dem Ausrüsten geschlossen werden;
4. Einschaltung von drei dauernd wirksam bleibenden Gelenken.

1. Verwendung eines kräftigen, möglichst unveränderlichen Lehrgerüstes.

Die Schaffung eines unter den auftretenden Kräften sowie Temperatur- und Witterungseinflüssen möglichst unwandelbaren Lehrgerüstes ist nach dem in Abschnitt I. 1. Gesagten von großer Wichtigkeit für eine tadellose Herstellung des Gewölbes.

Auf Grund von Erwägungen wirtschaftlicher und praktischer Art kommen beim Gewölbebau heute in den meisten Fällen hölzerne Lehrgerüste zur Anwendung. Ihre Verdrückungen und Senkungen unter der Last können, wie wir gehört haben, von großem Nachteil für das Gewölbe sein. Man sucht die Formänderungen des Lehrgerüstes auf ein Kleinstmaß zu beschränken durch Anwendung des sogenannten Ständer- und Strebensystems und Vermeidung von Sprengwerken und Balkenkonstruktionen sowie durch zweckmäßige solide Ausführung, insbesondere durch einwandfreie Ausgestaltung aller Verbindungsstellen, und endlich durch nicht zu hohe Ausnutzung der Festigkeitswerte des Holzes, das von guter Beschaffenheit und völlig gesund sein muß.

Das Ständerlehrgerüst hat vor allen anderen Konstruktionen den Vorzug, daß unter der Last die Formänderung der durch die Kranzhölzer und die auf denselben ruhende Schalung gebildeten Bogenlehre sich sehr gleichmäßig vollzieht. Wenn die auf den Ausrüstungsvorrichtungen auflagernden Schwellen des eigentlichen Gewölbelehrgerüstes — auf Kämpferhöhe liegend — horizontal bleiben bezw. durch Regulierung mittels der Ausrüstungsvorrichtungen in der ursprünglichen wagerechten Lage gehalten werden, dann ist die neue veränderte Form der Bogenlehre, hauptsächlich die Folge der elastischen Verkürzungen und wohl auch des Schwindens der Ständer und der Kranzhölzer, der ursprünglichen ähnlich; fiel also vorher die durch Scheitel- und Kämpfermitten gedachte Drucklinie mit der Bogenachse zusammen, so geschieht dies annähernd auch bei der veränderten Bogenform.

Ungleichmäßige Veränderungen der Bogenlehre, wie sie durch Anwendung von Sprengwerken, Balkenkonstruktionen sowie ungleichwertige Unterstützungen des Lehrgerüstes oder des Lehrgerüstunterbaues hervorgerufen werden, übertragen sich natürlich entsprechend auf die Bogenform. Ein charakteristisches Beispiel hierfür bietet die 85 m weite Wölbbrücke über den Isonzo bei Salcano (siehe Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1910, Nr. 33).

Was die Holzverbindungen bei Lehrgerüsten anlangt, so ist hier nicht der Ort, die verschiedenen vorkommenden Arten einzeln aufzuzählen und zu beschreiben, es genüge vielmehr der Hinweis, daß bei ihrer Konstruktion vor allem die geringe Festigkeit des Holzes quer zur Faser zu beachten ist. Man wird in der Regel Hartholz- und [-Eisen-Unterlagen oder eiserne Schuhe zur Erzielung genügender Druckverteilung heranziehen.

Da die Verkürzung der Hölzer proportional den Pressungen angenommen werden darf, so hat die Zulassung geringer Beanspruchungen auch verhältnismäßig kleine Formänderungen des Lehrgerüstes zur Folge.

Auf Grund der Versuche von Prof. Föppl anläßlich des Einsturzes der Corneliusbrücke in München hat die Bayerische Staatsbahnverwaltung die zulässige Beanspruchung des zu Lehrgerüsten verwendeten Nadelholzes längs der Faser auf 28 kg/cm und quer dazu auf nur 12 kg/cm² festgesetzt. Leibbrand-Sigmaringen befürwortet dagegen bei gesundem, trocken aufgewachsenem Holz eine zulässige Beanspruchung von 80 kg/cm² in der Faserrichtung und 28 kg/cm² in der Querrichtung.

Es ist ganz selbstverständlich, daß man dem Lehrgerüst eine sichere Unterstützung gibt und daß die Bodenpressung unter den Stützpunkten durch entsprechende Verbreiterung der Auflagerflächen genügend klein gehalten wird; bei großen konzentrierten Drücken kann man dies durch Anordnung massiver Fundamente erreichen, welche nötigenfalls später wieder entfernt werden. Ruht das Lehrgerüst auf Pfählen, so sind diese so fest zu rammen, daß sie genügende Tragfähigkeit gewährleisten.

Die Absenkung des Lehrgerüstes derart, daß schädliche Erschütterungen und Stöße vermieden werden, hat bekanntlich durch besondere Ausrüstungsvorrichtungen, wie Keile, Sandtöpfe oder Schraubenspindeln, zu erfolgen. Die beiden zuletzt genannten Vorkehrungen erfüllen ihren Zweck wohl am besten die Schraubenspindeln haben den Vorzug, eine einfache Handhabung bei der Regulierung (Auf- und Abwärtsbewegung des eigentlichen Lehrgerüstes) zu gestatten, während die Sandtöpfe dem Lehrgerüst größere Stabilität verleihen.

Es empfiehlt sich, die durch die Ausrüstungsvorrichtungen getragenen Schwellen der Lehrgerüstbinder möglichst auf Kämpferhöhe in eine wagerechte Ebene zu legen; man kann dann bei Herstellung des Gewölbes nach dem später zu beschreibenden Verfahren mit offenen Fugen oder Lücken die vorkommenden Senkungen des Lehrgerüstunterbaues durch Regulierung mittels der Schraubenspindeln (die in diesem Falle zu verwenden sind) vor dem Schließen der Lücken wieder rückgängig machen.

Da ein Ablassen jedenfalls müheloser und sicherer ist als ein Anziehen der belasteten Schraubenspindeln, so stelle man diese bei Aufrichten des Lehrgerüstes nach Möglichkeit so ein, daß nach Aufbringen des Gewölbemauerwerkes oder Betons in Lamellen nur ein geringes Nachlassen der Spindeln erforderlich ist, um der Bogenlehre die gewünschte Form zu verleihen.

Die sogenannten Bogenschrauben, welche nicht unter den Lehrbogenschwellen, sondern am Umfang des Lehrbogens radial angeordnet werden, gestatten diese Verbesserung der Form der Bogenlehre noch in genauerem

Maße, doch sind sie wegen ihrer unbequemen Handhabung und großen Kosten mit Recht fast ganz in Vergessenheit geraten.

Es sei hier auch noch das in Österreich vielfach angewendete, von Hofrat Zuffer empfohlene Ausrüstungsverfahren, das sogenannte Bügelholz-Sägeschnittverfahren, erwähnt (Abb. 2). Durch entsprechend an den die Stützendrücke aufnehmenden Bügeln aus weichem Holz ausgeführte Sägeschnitte setzt sich das Lehrgerüst infolge der allmählich kleiner werdenden Druckübertragungsflächen der Bügelfüße. Das Verfahren hat sich beim Bau der neuen österreichischen Alpenbahnen gut bewährt, doch zeigte sich, daß die zugelassene Pressung in den Aufsitzflächen der Bügel (30 bis 35 kg/cm²) zu hoch gegriffen war.

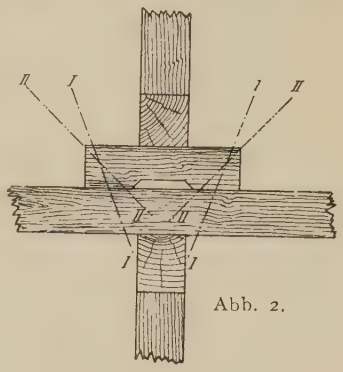

Abb. 2.

Die Form der Bogenleibung wird, wenn sie zuerst mit der Lehre des gerade aufgerichteten Lehrgerüstes übereinstimmte, sowohl durch Verdrückungen des Lehrgerüstes als auch durch Setzungen des Gewölbes Veränderungen erleiden, insbesondere von den Kämpfern nach dem Scheitel hin zunehmende Senkungen. Damit nun das Gewölbe nach vollzogener Formänderung gleichwohl die vorgeschriebene Form möglichst genau erhalte, gibt man dem Lehrbogen eine mehr schätzungsweise als rechnerisch zu ermittelnde sogenannte Überhöhung, welche den zu erwartenden Senkungen entsprechend vom Scheitel nach den Kämpfern zu, etwa proportional den Ordinaten der Bogenleibung über der Kämpferlinie, abnimmt.

Es leuchtet ein, daß diese Maßregel auf die Störungen der Lage der Drucklinie nur insoweit von Einfluß ist, als die vorausgesetzte Pfeilhöhe und damit die rechnungsmäßige Bogenform gewahrt bleibt

Bei Verwendung von Schraubenspindeln in nicht zu großen Abständen wäre es wohl möglich, die Überhöhung des Lehrgerüstes selbst zu sparen, indem man die Spindeln entsprechend einstellt und später vor dem Schließen der Lücken des Gewölbes reguliert, so daß schließlich nach dem Ausrüsten die Bogenform mit der der Rechnung zugrunde gelegten genau genug übereinstimmt.

In ähnlicher Weise verfuhr Rheinhardt beim Bau der Murgbrücke bei Heselbach. Das allerdings auf Holzkeilen ruhende Lehrgerüst des Gewölbes von 30,4 m Stützweite und 3,55 m Pfeilhöhe wurde durch das Gewicht der zu verwendenden Wölbsteine belastet, wobei sich eine Einsenkung von 4,5 cm ergab. Das Gerüst wurde daraufhin durch Antreiben der Holzkeile wieder in die richtige Lage verbracht und alsdann noch um 2,5 cm überhöht (vergl. Zentralblatt der Bauverwaltung 1887).

In einzelnen Fällen ist es aus verschiedenen Gründen nicht möglich, ein Lehrgerüst zu konstruieren, welches den gestellten Forderungen in allen Punkten genügt. So z. B. ist es oft nötig, die gleichmäßige Gestalt des Lehrgerüstes zu durchbrechen, um den Straßen-, Eisenbahn- oder Schiffahrtverkehr aufrecht zu erhalten.

Die Notwendigkeit, sehr große Öffnungen durch Lehrgerüste zu überspannen, sowie bei Flußbrücken die für über Winter stehende Gerüste bestehende Gefahr, durch Treibeis beschädigt zu werden, führte in einzelnen Fällen zur Anwendung eiserner Lehrgerüste. Diese erleiden unter der Last geringere Formänderungen wie hölzerne Gerüste, sind dagegen viel empfindlicher gegen Temperatureinflüsse, weil Eisen eine etwa zweimal so große Ausdehnungszahl und eine etwa fünfhundertmal so große Wärmeleitungszahl als Holz besitzt.

Die Lehrgerüste der großen Gewölbe der Illerbrücken in Kempten erhielten Untergerüste aus Eisen; bei diesen beobachtete man eine Hebung und Senkung durch Temperaturänderung bis zu 2,5 cm.

Eines der größten eisernen Lehrgerüste kam für den Hauptbogen der Rocky River-Brücke in Cleveland in Anwendung. Die Spannweite des Gewölbes betrug 85,3 m und seine Pfeilhöhe 24,4 m. Das Lehrgerüst hatte die Form eines Dreigelenk-Fachwerkbogens. Auch hier gelang es nur unter großen Schwierigkeiten, die Bewegungen des Lehrgerüstes bei Temperaturwechsel auf ein Kleinstmaß zu beschränken. Man schützte es durch vorgehängte Plachen vor Sonnenbestrahlung und hielt die Schalung stets feucht durch Berieselung mit Wasser von gleichmäßiger Temperatur.

Zum Schluß sei noch eine neue, eigenartige Lehrgerüstkonstruktion erwähnt, welche Ph. Aylett zur Vermeidung von Störungen bei Herstellung von Gewölben vorgeschlagen und nach eingehenden Vorversuchen bei der Errichtung der Chickahominy-Brücke in Virginia, die aus drei nebeneinanderliegenden Eisenbetonbogen von 15 m Spannweite besteht, in Anwendung gebracht hat (Cement Age 1911, Nr. 6, S. 292).

Diesem Verfahren liegt folgender Leitgedanke zugrunde: Das „hängende Lehrgerüst“ wird mittels Hängestangen oder Seilen durch in Richtung der Brückenachse über die Baustelle gespannte Kabel getragen. Die mit Spannschlössern versehenen Hängestangen oder die an Flaschenzügen aufgehängten Drahtseile befinden sich in bestimmten Abständen längs der Kabel und tragen in Höhe der Bogenlehre Querbalken aus Holz oder Eisen, auf welchen die erforderlichen, die Schalung unterstützenden Kranzhölzer ruhen. Diese letzteren sind gelenkig aufgelagert, so daß sie Bewegungen des Systems, infolge von Verlängerung oder Verkürzung einzelner Aufhängevorrichtungen, leicht zu folgen vermögen. Die Hängestangen sind nach unten verlängert zur Anbringung von Visiervorrichtungen derart, daß letztere nach Einstellung der genauen Bogenform auf einer wagerechten Ebene liegen. Das Gewölbe wird in Lamellen hergestellt, so daß an den Aufhängepunkten quer durchgehende Lücken bleiben, welche erst zuletzt geschlossen werden.

Die Veränderung der Durchhängung der Tragkabel sowie die Längenänderung der Hängestangen oder Seile unter der Einwirkung von Temperatureinflüssen und aufgebrachter Lasten wird genau berechnet und danach die Form der Bogenlehre so eingestellt, daß sie während der Ausführung des Gewölbes keine nennenswerte Veränderung erfährt und insbesondere beim Schließen der oben erwähnten Lücken sich genau mit der vorgesehenen Bogenleibung deckt.

Man will mit dem neuen Verfahren alle jene Störungen des normalen Zustandes eines Gewölbes, zu denen sonst der Grund durch die Art der Ge-

wölbeausführung gelegt wird, vollständig oder wenigstens größtenteils ausschalten. Bedingung ist natürlich, daß die während der Bauzeit erforderlich werdenden Regulierungen der Bogenleibung richtig berechnet und ausgeführt werden.

Die Lehrgerüste der oben erwähnten Chickahominy-Brücke wurden schon 48 Stunden nach Bogenschluß abgelassen; man vermied dadurch die bei dem noch auf dem Gerüst ruhenden Bogen vorkommenden Störungen durch gegenseitige Beeinflussung bei Wärmeänderungen und Schwinderscheinungen, ließ aber solche durch Zusammendrückung des Bogens, insbesondere seiner noch ziemlich frischen Teile an Stelle der früheren Lücken in stärkerem Maße zu.

2. Anordnung von sogenannten Druckflächen im Scheitel und in den Kämpfern.

Dieses Verfahren wurde in der ursprünglichsten Form wohl zuerst von Baurat Intze vorgeschlagen (siehe Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen 1876, S. 378): „Unterbricht man im Scheitel fast bis zu $^1/_3$ der Gewölbedicke von der äußeren Leibung aus und im Kämpfer ebenfalls fast bis zu $^1/_3$ der Gewölbedicke von der inneren Leibung aus die Berührung der Schichten durch Fehlenlassen von Mörtel- oder Steinschichten oder durch Anarbeiten von Druckflächen bei Quadern, so kann die Stützlinie die vorher erwähnte ungünstige Lage während des Ausrüstens nicht einnehmen, und das Material wird in den Gewölbeschenkeln vorteilhaft ausgenutzt".

Bei Anwendung dieses Verfahrens zwingt man die Drucklinie, innerhalb gewisser Grenzlagen zu bleiben. Solange die Schlitze nicht geschlossen werden und die Druckflächen nicht wieder den ganzen Gewölbequerschnitt einnehmen, werden Störungen insofern abgeschwächt, als die Drucklinie gezwungen wird, durch die Druckflächen im Scheitel und in den Kämpfern hindurchzugehen und schlimmstenfalls bekannte Grenzlagen im Bogen einzunehmen. Sie wird im allgemeinen die Druckflächen nicht in der Mitte treffen, sondern ähnlich verlaufen wie bei einem Gewölbe, dessen Querschnitte im Scheitel und in den Kämpfern gleich den Druckflächen sind. Es werden also in den verschwächten Gewölbeteilen beim Setzen des Lehrgerüstes, beim Ausrüsten usw. Zugspannungen bezw. Risse in den Kämpfern oben und im Scheitel unten auftreten.

Nach erfolgtem Ausrüsten werden die Schlitze im Scheitel und in den Kämpfern wieder geschlossen; hat dabei das Gewölbe die vorgeschriebene Form angenommen und nimmt die Drucklinie ihre normale Lage ein, dann befindet sich das Gewölbe im normalen Zustand. Es ist jedoch zu bemerken, daß die Spannungsverteilung in den Kämpfer- und Scheitelfugen nicht mehr über den ganzen Querschnitt erfolgt. Vielmehr sind die die früheren Schlitze ausfüllenden Gewölbeteile spannungslos, solange der bei Ausfüllen der Schlitze vorhandene Zustand andauert; sie werden erst mitbeansprucht bei Änderungen dieses Zustandes, z. B. bei Änderungen von Lage und Größe der Verkehrslasten, bei Temperaturschwankungen, Setzen und Schwinden, überhaupt bei eintretenden Störungsursachen.

In der genannten Weise können kleine Gewölbe ohne weiteres ausgeführt werden, wie z. B. bei der bereits im Jahre 1877 ausgeführten Kuhletalbrücke in Barmen.

Später verbesserte man das beschriebene Verfahren noch durch Anordnung der Druckflächen in der Mitte der Kämpfer- und Scheitelquerschnitte, indem man beiderseits der Bogenmittellinie vom Gewölberücken und von der Leibung aus Schlitze offen ließ. Je kleiner die Breite der Druckflächen, desto genauer ist die Drucklinie in ihrer Lage festgelegt. Gibt man ihnen eine etwas exzentrische Lage, d. h. rückt man die Druckflächen im Kämpfer ein wenig nach oben, im Scheitel etwas nach unten, so läßt sich erreichen, daß die Drucklinie nach dem Ausrüsten ziemlich durch die Mitte der Kämpfer- und Scheitelquerschnitte geht und bei nach der Stützlinie geformtem Gewölbe annähernd mit der Bogenmittellinie zusammenfällt.

Da in den durch Schlitze verschwächten Gewölbequerschnitten Risse sich kaum vermeiden ließen, so ging man dazu über, das Gewölbe an den Kämpfern und im Scheitel in seiner Achsenrichtung ganz zu durchschneiden und die Druckflächen durch Einlagen von Prismen oder Platten aus fremdem Baustoff, wie Eisen, Blei, Asphaltfilzplatten oder dergl., in die Fugen zu schaffen. Schon im Jahre 1880 schlug Prof. Winkler vor, „provisorische Gelenke" in der Form von Flacheisen zu verwenden und die Fugen nach dem Ausrüsten zu vergießen. Bleiplatten zur Herstellung von Druckflächen wurden zuerst von Leibbrand, Stuttgart in den Jahren 1885 bis 1896 bei einer großen Zahl flacher Stein- und Betongewölbe angewendet. Die Bleiplatten erhalten Stärken von 5 bis 30 mm und werden so in den Fugen verlegt, daß sie gleichmäßig an den Fugenflächen anliegen. Je nachgiebiger die Einlage in Richtung der Bogenachse ist, ohne daß sie in der Querrichtung ausweicht, desto mehr wird die erzielte Wirkung sich derjenigen von wirklichen Gelenken nähern.

Auch diese letzteren selbst können in den Bogen eingeschaltet werden zur Bildung von Druckflächen, welche durch die Berührungsflächen der Gelenke selbst gebildet und daher auf ein sehr kleines Maß beschränkt werden.

Setzt man die Gelenke reibungslos voraus, so erzielt man eine eindeutig bestimmte Lage der Drucklinie, welche bei Normalbelastung mit der Bogenmittellinie zusammenfällt, falls das Gewölbe für diesen Fall nach der Stützlinie geformt ist. Infolge der nie ganz zu vermeidenden Gelenkreibung und bei Wälzgelenken außerdem infolge der Abwälzung, bei Bleigelenken wegen ihres Widerstandes gegen die Formänderung geht die Drucklinie nicht genau durch die Mitte der Gelenkfläche. Hierauf soll später näher eingegangen werden.

Die bei Schaffung von Druckflächen durch Einlage von Asphaltfilz- und Bleiplatten oder durch Einschaltung von provisorischen Gelenken in die Kämpfer- und Scheitelfugen zum Zweck der Verhütung wichtiger Störungen während der Bauperiode im Gewölbe verbleibenden Schlitze müssen einige Zeit nach dem Ausrüsten des Gewölbes unter Anwendung größter Sorgfalt mit Zementmörtel geschlossen werden, insofern als das Gewölbe später als eingespannter Bogen wirken soll. Würde man die Fugen erst schließen, wenn das Gewölbe sich so vollkommen gesetzt hat, daß weiterhin weder ein Ausweichen der Kämpfer, noch ein Schwinden und Zusammendrücken des Gewölbes zu erwarten ist, so kämen als Störungsursache nur noch Temperaturschwankungen in Betracht. Da jedoch das Setzen eines Gewölbes längere Zeit, oft Jahre beansprucht (vergl. die gewölbte Brücke bei Plauen, Sachsen), während die Gewölbefugen zweckmäßig vor

völliger Beseitigung der Gerüste geschlossen werden, so verzichtet man meist darauf, auf die nach dem Ausrüsten noch zu erwartenden Störungen durch Hinausschieben des Zeitpunktes für die Ausfüllung der Fugen Rücksicht zu nehmen; man muß dann natürlich eine entsprechende Zunahme der Nebenspannungen mit in Kauf nehmen. Wenn möglich, wird man die Fugen oder Schlitze bei niedriger Gewölbetemperatur schließen (was Prof Winkler schon vorschlug), da in diesem Falle die Störungen durch Nachgeben der Widerlager, Zusammendrückung und Schwinden des Gewölbes nicht mehr allzusehr durch weitere Erniedrigung der Gewölbetemperatur verstärkt werden können.

Das beschriebene Verfahren wirkt als Maßnahme gegen Störungen nur so lange, als die Schlitze oder Fugen nicht geschlossen sind. Wie bereits erwähnt, liegt die Hauptwirkung darin, daß bei und nach dem Ausrüsten die im Gewölbe auftretenden Drucklinien in bestimmter Weise festgelegt sind derart, daß sie durch Punkte innerhalb der Druckflächen gehen. Die Lage der Drucklinie kann um so sicherer angegeben werden, je kleiner die Druckflächen sind; am genauesten ist sie bestimmt, wenn in das Gewölbe drei provisorische Gelenke eingeschaltet sind.

Die durch Einlagen in die Kämpfer- und Scheitelfugen erzielten Druckflächen verlieren daher an Wert, wenn man sie zu groß oder gar gleich der Gewölbequerschnittsfläche macht; sie können in diesem Falle um so weniger den eigentlichen Zweck der Druckfläche erfüllen, je dünner die Einlage ist.

So ist es z. B. bei kleineren Gewölben üblich, in die Scheitel- und Kämpferfugen in deren ganzen Ausdehnung eine Lage Dachpappe oder Asphaltfilzplatten einzulegen. Schon bei kleinen Bewegungen des Bogens nähern sich die beiden Fugenflächen an dem einen Außenrande sehr stark, so daß hier große Kantenpressungen entstehen, während sich am gegenüberliegenden Rande die Fuge öffnet. Das Gewölbe wirkt in diesem Falle nicht mehr wie ein gelenkloser, sondern ähnlich wie ein mit drei Gelenken versehener Bogen, dessen Gelenkmittelpunkte sich im Laufe der Bewegung des Gewölbes innerhalb der Fuge in stärkerem Maße verschieben. Ähnlich wirken alle Gewölbe, welche im Laufe der Zeit durch auftretende Zugspannungen Risse erhalten haben; diese öffnen und schließen sich je nachdem, wie sich das Gewölbe den augenblicklichen Einwirkungen entsprechend einzustellen hat.

Die Gefahr der Rissebildung in den die Gelenkfugen ausfüllenden Mörtel- oder Betonteilen, insbesondere in den Anschlußflächen, ist besonders groß, da in der Regel nur eine mangelhafte Verbindung der nachträglich eingebrachten Masse mit dem Baustoff des Gewölbes oder des Widerlagers zu erzielen ist. Auch dadurch ist wieder die Möglichkeit einer unbeabsichtigten teilweisen Gelenkwirkung gegeben.

Das Druckflächenverfahren schwächt hauptsächlich jene Störungen ab, die während und nach dem Ausrüsten in verstärktem Maße auftreten, nämlich die durch Ausweichen der Widerlager und durch Zusammendrückung des Gewölbes verursacht werden. Es vermag auch einen günstigen Einfluß auf die durch Verdrückungen des Lehrgerüstes, Temperaturschwankungen usw. erzeugten Störungen auszuüben, doch reicht es nicht hin, um dieselben genügend aus-

zuschalten, da die etwa schon vorhandenen Verformungen und Risse des Gewölbes beim Ausrüsten nur teilweise wieder verschwinden werden.

Bei Gewölben größerer Spannweite genügt daher das beschriebene Verfahren allein nicht mehr; es ist vielmehr vereint mit weiteren Maßnahmen in Anwendung zu bringen, welche hauptsächlich den während der Gewölbeausführung auf dem Lehrgerüst bis zur Ausrüstung verursachten Störungen entgegenwirken sollen.

3. Aussparen von parallel zur Gewölbeachse durchlaufenden Lücken.

Dieses Verfahren wurde im Prinzip zuerst von Houselle in der Deutschen Bauzeitung 1878, S. 509 empfohlen. Dort ist u. a. gesagt: „Man stelle die unvermeidlichen Risse beim Wölben absichtlich her, und zwar in einer Weise, daß man sie, nachdem das Gewölbe im übrigen vollendet ist, jedoch noch vor dem Ausrüsten, mit Sicherheit wieder schließen kann. Größere Gewölbe könnte man durch Einschaltung solcher Lücken in beliebig viele Teile zerlegen, die erst zuletzt durch Ausfüllung der offenen Stellen zu einem Ganzen vereinigt würden."

Das von Houselle vorgeschlagene Verfahren läuft also darauf hinaus, ein Gewölbe nicht hintereinander fertigzustellen, indem man dasselbe oder seine beiden Schenkel in einem Stück herstellt, sondern das Gewölbe durch parallel zu seiner Achse verlaufende Lücken in eine Anzahl Teile zu zerlegen, welche erst unmittelbar vor dem Ausrüsten durch Ausfüllen der Lücken zu einem Ganzen vereinigt werden.

Die Zahl und Größe der Lücken oder die der dazwischenliegenden Lamellen hängt ab sowohl von der Art des Gewölbebaustoffes als auch von der angestrebten Vollkommenheit und Güte des Gewölbes in bezug auf die Vermeidung von Störungen und Nebenspannungen.

Der Hauptzweck, der durch die Teilung des Gewölbes erreicht werden soll, besteht in der Anpassungsfähigkeit der einzelnen Gewölbeteile an alle Formänderungen des Lehrgerüstes; die Gewölbelamellen folgen diesen Bewegungen, ohne selbst nennenswerte Formänderungen oder Spannungen zu erleiden; sie machen die Lehrgerüstsenkungen um so leichter mit, je geringer ihre Ausdehnung in Richtung der Bogenachse ist.

Ein weiterer Erfolg bei der Ausführung des Gewölbes in Lamellen besteht in der Abschwächung der durch Schwinden und Temperaturänderungen sonst verursachten Störungen, welche bei Stampfbetongewölben besonders groß sein würden.

Nach den früheren Erörterungen erhöht sich die Temperatur des Mörtels und des Betons beim Abbinden in kurzer Zeit beträchtlich, während beim Erhärten eine Raumverminderung infolge der Schwinderscheinungen stattfindet, welche in den ersten Monaten stärker in Erscheinung tritt als später, aber doch erst nach Jahren ganz zur Ruhe kommt. Die Folge der Herstellung des Gewölbes gleichsam in einem Guß wäre somit eine allmählich zunehmende Verkürzung der Bogenachse durch Abnahme der Gewölbetemperatur und fortschreitendes Schwinden der Gewölbemasse. Die weitere Folge wären natürlich sich über das ganze Gewölbe verteilende Risse, da das Gewölbe infolge seiner großen

unter sich und mit den Widerlagern fest zusammenhängenden Masse sowie wegen des Widerstandes des Lehrgerüstes nicht ungehindert sich zusammenziehen kann und außerdem kurze Zeit nach der Herstellung eine besonders geringe Zugfestigkeit besitzt.

Bei einer Zerlegung des Gewölbes in Lamellen ist infolge des leichteren Luftzutritts nicht nur eine raschere Abkühlung der durch den Abbindeprozeß erwärmten Massen zu erwarten, sondern es können auch die einzelnen Gewölbeteile die Raumverminderungen viel ungehinderter mitmachen, ohne daß nennenswerte Formänderungen oder Spannungen entstehen; nötigenfalls könnte auch die Reibung an der Oberfläche der Schalung des Lehrgerüstes durch geeignete Mittel entsprechend herabgesetzt werden.

Es empfiehlt sich, die Lamellen möglichst zahlreich anzuordnen und die Fugen schmal zu halten, so daß aber noch ein nachträgliches Schließen derselben mit dem Baustoff der Gewölbe ohne Beeinträchtigung der Festigkeit des Gewölbes möglich ist. Je kleiner die Breite der Lamellen (in der Richtung der Bogenachse), desto ungehinderter vermögen sie kleine Bewegungen und Formänderungen auszuführen, und je kleiner die Summe der Stärken der Fugen oder Lücken, um so geringer ist auch die Bogenverkürzung infolge des Schwindens des die Lücken ausfüllenden Mörtel- oder Betonstoffes.

Die Vorschrift, das Gewölbe bei der Herstellung in möglichst viele Teile zu zerlegen, wird bei Quader- und Hausteingewölben in folgender Weise durchgeführt. Man versetzt die Steine des ganzen Gewölbes trocken unter Zuhilfenahme von Holzleisten und hölzernen oder eisernen Keilen, so daß die später zu schließenden Fugen groß genug sind, um ein sattes Ausstampfen mit Zementmörtel zuzulassen. Das Schließen der Fugen geschieht zweckmäßig derart, daß die in der Nähe der Kämpfer liegenden erst zuletzt ausgefüllt werden. Es ist wohl empfehlenswert, schon beim Versetzen mehrere Quaderreihen zusammenzufassen und ihre Fugen sofort zu schließen, so daß man einzelne Lamellen erhält, welche durch eine oder mehrere trocken versetzte Quaderreihen voneinander getrennt sind. Man erreicht auf diese Weise eine Verringerung der Zahl der offenen Fugen, welche dann sehr rasch hintereinander geschlossen werden können; die übrigen Fugen haben indessen schon einen Teil ihrer Schwindung durchgemacht und besitzen bereits eine gewisse Festigkeit. Es widerspricht dies nur scheinbar der Forderung möglichst zahlreicher Lücken, die erst zuletzt zu schließen sind; denn es ist ebenso wichtig, daß die Gesamtsumme der Stärken der offenen Fugen gegenüber der Gesamtlänge der Steine (in der Bogenachse gemessen) nicht zu groß werde. In diesem Falle wäre bei der Ausrüstung die Gesamtzusammenpressung der Fugen nicht so groß wie bei einem Gewölbe, dessen sämtliche Fugen erst zuletzt geschlossen würden.

Bei Gewölben aus kleinen Bruchsteinen, Ziegelsteinen oder Beton führt man von vornherein Mauerwerk- oder Betonprismen aus, welche volle Gewölbestärke und entsprechende Breite besitzen und in der Richtung parallel zur Gewölbeachse durchgehen. (Bei Ziegel- und Bruchsteingewölben führt das Verfahren dazu, die Wölbung an mehreren Stellen gleichzeitig zu beginnen und auch zu beenden. Das Gewölbe der Brücke von Maligny soll im Jahre 1788 so hergestellt worden sein, daß man es an drei Stellen zugleich schloß. Im

Jahre 1847 wurde das Verfahren der Wölbung von mehreren Stellen aus bei der Doubles-Brücke und im Jahre 1874 bei der Claix-Brücke angewendet. Man kürzte dadurch die Herstellungsdauer der Gewölbe und verminderte gleichzeitig wichtige Störungen.)

Die Zahl der Lamellen ist auch hier wieder möglichst groß zu wählen, damit das Schwinden der einzelnen Gewölbeteile möglichst ungehindert vor sich gehen kann, wenngleich es kaum möglich ist, die infolge der Reibung auf dem Lehrgerüst entstehenden Spannungen oder Haarrisse vollständig zu vermeiden.

Es sei noch erwähnt, daß die Belastung des Lehrgerüstes durch die Lamellen gleichmäßig sein soll, damit seitliche Verschiebungen des Gerüstes vermieden werden; in der Regel wird man daher die Lamellen paarweise symmetrisch zur Scheitellotrechten herstellen (vergl. Abb. 3).

Es empfiehlt sich, mit dem Schließen der Lücken möglichst lange zu warten, bis die Lamellen genügend abgebunden haben und teilweise erhärtet sind, da so der sonst besonders bei Betongewölben ziemlich bedeutende Einfluß der Schwinderscheinung sehr herabgemindert und ein guter Temperaturausgleich bei den fertigen Lamellen erreicht wird. Die Lücken selbst sollen nur die unbedingt nötige Breite erhalten, weil dann ebenfalls die Verkürzung der Bogenachse durch Schwinden und Zusammendrückung des Gewölbes geringer wird. Eine wesentliche Unterstützung erfährt die beschriebene Maßnahme durch Annässen bezw. Feuchthalten der hergestellten Gewölbeteile, solange das Fortschreiten der Bauarbeiten dies zuläßt. Das Schwinden des Mörtels oder Betons wird dadurch sehr hintangehalten, und das schließlich erreichte Schwindmaß bleibt weit unter dem Betrag, der sonst zu erwarten gewesen wäre.

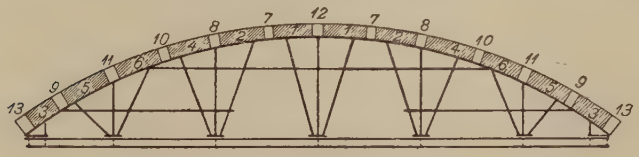

Abb. 3.

Die Ausrüstung des Gewölbes soll nach den heute geltenden Anschauungen nicht erfolgen, bevor das Gewölbe in allen seinen Teilen genügend erhärtet ist, mithin nicht nur die bei und nach dem Ausrüsten auftretenden Spannungen mit Sicherheit aufzunehmen vermag, sondern auch von zu starken Zusammendrückungen verschont bleibt.

Daß die Bewegungen des Lehrgerüstes während des Erhärtens des bereits geschlossenen Gewölbes (ob mit oder ohne provisorische gelenkartige Einlagen) ungünstig auf letzteres einwirken können, wurde bereits erwähnt. Um dies nach Möglichkeit zu vermeiden, ordnete v. Leibbrand, Stuttgart 10 bis 14 Tage nach Vollendung der von ihm ausgeführten, mit provisorischen Gelenken versehenen Gewölbe ein Nachlassen des Lehrgerüstes im Scheitel um etwa $^1/_4$ der voraussichtlichen Gesamtsenkung an.

Bei gelenklosen Gewölben empfiehlt sich diese Maßregel nicht.

Das Ausrüsten selbst erfolgt in der bekannten Weise. Man beginnt mit dem Senken des Lehrgerüstes im Scheitel und schreitet damit allmählich gegen die Kämpfer zu fort. Bei Dreigelenkbogen hat sich das von Colberg (Deutsche Bauzeitung 1907) empfohlene Verfahren, in den Mitten beider Ge-

wölbeschenkel mit dem Ablassen des Lehrgerüstes zu beginnen und damit gleichmäßig gegen Scheitel und Kämpfer vorzurücken, sehr gut bewährt.

4. Einschaltung von drei dauernd wirksamen Gelenken.

Dies wurde als vierte Maßnahme gegen Störungen aufgeführt (schon 1870 von Winkler vorgeschlagen, wendete sie 1880 Köpcke zum ersten Male an). Wir haben hier die wirksamste Maßregel vor uns, welche man gegen die bei und nach dem Ausrüsten auftretenden Störungsursachen dauernd ergreifen kann; denn setzen wir die Gelenke reibungslos und nur kleine Scheitelsenkungen voraus, dann ist die Drucklinie durch drei Punkte genau festgelegt, und bei gleichbleibender Belastung bleiben die inneren Kräfte und Momente unverändert, auch bei Bewegungen des Gewölbes infolge von Störungsursachen.

Von den drei Gelenken wird eins im Gewölbescheitel angeordnet, während die beiden anderen in den Gewölbekämpfern Platz finden. Letztere werden häufig etwas gegen den Scheitel zu vorgeschoben, um dadurch eine wirtschaftlich günstigere Bogenform zu erzielen. Der so entstandene, zwischen den Kämpfergelenken sitzende Dreigelenkbogen umfaßt jetzt nicht mehr das ganze Gewölbe, das durch Einschaltung der drei Gelenke zu einer statisch bestimmten Konstruktion zu machen war, vielmehr gehört der Teil zwischen dem ursprünglichen Gewölbekämpfer und dem neuen Kämpfer des Dreigelenkbogens zum Widerlager.

Von einem idealen Gelenk verlangt man, daß es die gegenseitige Lage zweier mittelbar oder unmittelbar aneinanderstoßender Körper derart bestimmt, daß eine angreifende sehr kleine Kraft, welche nicht durch eine bestimmte, zwischen den beiden Körpern liegende Achse, die Gelenkachse, geht, eine Drehbewegung des einen oder anderen Körpers um diese Achse einzuleiten vermag; dabei ist vorausgesetzt, daß die Berührung der beiden Körper nicht aufgehoben werden kann.

Die im Gewölbebau vorkommenden Gelenke wirken nicht in diesem Sinne ideal, weil erstens eine Bewegung erst dann eintritt, wenn die angreifende Kraft eine endliche Größe erreicht hat und in gewissem Abstand an der Gelenkachse vorbeiführt und zweitens (von den Zapfengelenken abgesehen) die Lage der Achse relativ zu den Gewölbeschenkeln sich ändert. Man kann also hier gleichsam wieder von Störungen des normalen Zustandes des Dreigelenkbogens sprechen, sobald die Drucklinie nicht genau durch die Gelenkmittelpunkte im Scheitel und in den Kämpfern hindurchgeht. Die Störungen sind fast nur abhängig von der Art und Beschaffenheit der verwendeten Gelenke und sollen später noch erörtert werden.

III. Die verschiedenen Gelenkarten und die Störungen bei Dreigelenkbogen.

Wir unterscheiden: 1. Bleigelenke, 2. Wälzgelenke und 3. Zapfengelenke.

1. Bleigelenke.

Die sogenannten Bleigelenke sind schon verschiedentlich zur Konstruktion von Dreigelenkbogen verwendet worden; und in der Tat nähert sich die

Wirkung der sachgemäßen Einlage von Walzbleiplatten (bei richtiger Abmessung derselben) in die Kämpfer- und Scheitelfugen jener von wirklichen Gelenkkonstruktionen, so daß mit Recht von „Bleigelenken“ gesprochen werden kann.

Ein Bleigelenk entsteht durch Einlage einer Bleiplatte von 5 bis 30 mm Stärke bei einer Breite von etwa $^1/_4$ bis $^1/_7$ der Gewölbestärke in die Mitte der Gelenkfuge, wobei die Ränder der anschließenden Fugenflächen derart ausgebildet werden, daß die Bogenschenkel um die sich bildende Gelenkachse ungehindert sich drehen können. Die Schwierigkeit bei der Ausführung besteht darin, ein gleichmäßiges Anliegen der Bleiplatte an die Fugenflächen zu erzielen, derart, daß zu Beginn des Ausrüstens die gesamte Fläche der Bleieinlage in gleicher Weise an der Druckübertragung beteiligt ist. Die Gefahr des Abgleitens beim Ausrüsten ist durch besondere Vorsichtsmaßregeln zu beseitigen, wie etwa durch Festheften der Bleiplatten an den Endflächen der Bogenschenkel oder durch Wahl der in folgendem Beispiel gezeigten Ausführungsweise.

Beim Bau der Straßenbrücke über die Donau zwischen Ehingen und Berg wurden die Bleigelenke in der Mitte des Gewölbes gleichzeitig mit dem Einbringen des Betons in der Weise eingelegt, daß oberhalb und unterhalb der Bleiplatten keilförmige Gewölbefugen frei blieben; das hier angewendete Verfahren, durch das ein gleichmäßiges Anliegen der Bleiplatten erzielt wurde, kam bei späteren Brückenbauten wiederholt zur Anwendung.

Die gelenkartige Wirkung der Bleieinlage beruht darauf, daß die Bleiplatte dem Drucke stark nachgibt, ohne infolge der großen inneren Reibung seitlich ausweichen zu können. Nimmt man die Zusammendrückung proportional der Pressung an, dann ist die Wirkung um so vollkommener, d. h. bei einer Bewegung der Bogenschenkel, beispielsweise beim Ausrüsten, ist der im Bleigelenk hervorgerufene Fehlerhebel des Kraftangriffs um so kleiner, je größer die Stärke der Bleiplatte und je geringer ihre Breite ist. Da aber ein Ausweichen des Bleies zu vermeiden ist, so darf die Stärke der Platten ein gewisses Maß nicht überschreiten und die Plattenbreite nicht zu groß gewählt werden.

Die im Jahre 1885 an der Materialprüfungsanstalt der Königl. Technischen Hochschule in Stuttgart angestellten Versuche ergaben bei Bleiwürfeln von 8 cm Seitenlänge ein Ausweichen bei 72 kg/cm² Druck. Spätere Versuche von Prof. v. Bach zeigten, daß Bleizylinder von etwa 3,5 cm Durchmesser von 7 cm Höhe bei 51 Atm, von 3,5 cm Höhe bei 69 Atm. und von 1 cm Höhe bei 126 Atm. seitlich auswichen.

Scheiben von Guß- oder Weichwalzblei von 16 cm Durchmesser und 1,5 cm Dicke begannen erst bei 150 Atm. zu fließen.

Durch Zusatz eines geringen Prozentsatzes Antimon nimmt die Standfestigkeit des Bleies beträchtlich zu; bei 5 vH. Antimongehalt stieg die Fließgrenze von Platten von 7 cm Seitenlänge und 2,5 cm Dicke auf 500 Atm.

Für den Bau der Illerbrücken bei Kempten wurden im Mech.-Techn. Laboratorium zu München Versuche mit quadratischen Weichbleiplatten von 10 cm Seitenlänge und 8 mm Stärke vorgenommen, welche erst bei 425 kg/cm² Druck zu fließen begannen, bei 4 mm starken Platten trat dieser Zustand erst bei 575 kg/cm² Druck ein.

Es bedarf wohl noch der Aufklärung durch Versuche, wie sich die Bleigelenke unter den fortwährenden Bewegungen der Gelenkfugen verhalten, es ist nicht unwahrscheinlich, daß die Dicke der Einlage sich im Laufe der Zeit verringert, so daß gleichzeitig eine Vergrößerung der Scheitelsenkung zu erwarten ist. Die Versuche Prof. Föppls im Mech.-Techn. Laboratorium der Königl. Technischen Hochschule in München gelegentlich der Erbauung der Reichenbachbrücke (vergl. Beton u. Eisen 1904, Heft I) scheinen diese Vermutung zu bestätigen. Prof. Föppl untersuchte die Wirksamkeit eines Bleigelenks, bestehend aus einer 5 mm starken Walzbleieinlage, zwischen Granitquadern bei zentrischer und exzentrischer Belastung, und es zeigte sich im Verlaufe der Versuche, daß lediglich durch Entlastung und Wiederbelastung sowohl die Zusammendrückung des Bleies, als auch im gegebenen Fall die Änderung des Fugenwinkels zunahm Bei einem Gewölbe mit drei Bleigelenken werden infolge des Wanderns der Verkehrsbelastung die Gelenkdrücke sich fortgesetzt ändern, und auch die Fugenwinkel wechseln in ihrer Größe bei Änderung der Gewölbetemperatur und der Verkehrsbelastung, so daß ein allmähliches Dünnerwalzen der Bleieinlagen erwartet werden darf. Dünnere Einlagen, etwa bis 10 mm Dicke, sind somit den stärkeren vorzuziehen, wenngleich dadurch die Gelenkwirkung etwas beeinträchtigt wird. Letztere läßt sich durch Verringerung der Plattenbreite wieder erhöhen, was angesichts der höheren Fließgrenze möglich ist.

Bleieinlagen wurden seit 1885 von Leibbrand, Stuttgart bei einer großen Zahl von Brücken als provisorisch wirkende Gelenke eingebaut. Doch wurden die Gelenkfugen nach vollendeter Ausrüstung wieder geschlossen und damit die Gelenkwirkung wieder aufgehoben.

In der genannten Weise wurden u. a. ausgeführt im Jahre 1885 die Straßenbrücke über die Enz bei Höfen, 1887 die Murrbrücke bei Marbach, 1889 die Murgbrücke unterhalb Baiersbronn; die Stützweite der Gewölbe betrug 28, 32 bezw. 33 m bei einem Pfeilverhältnis von etwa 1 : 10.

Dauernd wirksame Bleigelenke erhielten die 1895 erbaute Neckarbrücke bei Fischingen, deren Gewölbe eine Spannweite von 22 m und Pfeilhöhen von 2,2 bezw. 2,5 m besaßen, die 1896 erbaute Hammerkanalbrücke in Eßlingen ($l = 19{,}0$ m, $f = 1{,}8$ m) und die 1898 erbaute Argenbrücke bei Schomburg-Kernaten ($l = 28{,}0$ m, $f = 2{,}8$ m).

Auch die sechs Gewölbe der in den Jahren 1898 und 1899 erbauten Straßenbrücke über den Main bei Miltenberg erhielten Bleigelenke in den Kämpfern und im Scheitel. Die Gewölbe hatten eine Stützweite von 30,6 bis 33,7 m, wobei das Pfeilverhältnis zwischen 1 : 6,2 und 1 : 8,9 schwankte. Die Stärke der Bleiplatten betrug 2 cm und ihre Breite etwa $^1/_6$ bis $^1/_7$ der Gewölbestärke bei einer mittleren Pressung des Bleies von 120 kg/cm^2. Nach dem Ausrüsten der Gewölbe wurde bei drei Gewölben eine Verminderung der Bleistärke um 2 bis 6 mm beobachtet.

Die drei Flutöffnungen der im Jahre 1903 vollendeten Reichenbachbrücke in München bilden Dreigelenkbogen mit Gelenken aus 5 mm starken und 20 cm breiten Bleiplatten. Die Stützweite der Betongewölbe betrug 25 bezw. 26 m, bei einem Pfeilverhältnis von rund 1 : 9, während die Stärke des Gewölbes im Scheitel 70 cm und in den Kämpfern 80 cm war.

Auch neuerdings führte man Gewölbe mittlerer Spannweite mit Bleigelenken aus. So erhielten die Gewölbe der neuen Augustusbrücke in Dresden für Spannweiten zwischen 17,6 und 25 m im Scheitel und in den Kämpfern Bleieinlagen, welche das mittlere Viertel der Gelenkfugen ausfüllten.

Bei der im Jahre 1911 erbauten Straßenbrücke über die Donau bei Ulm, bestehend aus drei Gewölben von 27,0, 28,5 und 27,0 m Stützweite bei 3,6, 4,0 und 3,6 m Pfeilhöhe, bekamen die im Scheitel 70 cm, in den Kämpfern 75 cm starken Betongewölbe 18 mm dicke und 15 cm breite Einlagen aus Weichblei zwischen Granitquadern (laut Angaben des städtischen Tiefbauamtes in Ulm).

2. Wälzgelenke.

Die Wirkung der Wälzgelenke beruht darauf, daß zwei das Gelenk bildende Gelenkkörper derart aufeinander abrollen, daß sie sich fortwährend auf einer Geraden, welche den Gelenkflächen (Zylindermantelflächen) als Leitlinie angehört, berühren. Infolge der Elastizität des Materials wird wegen der hohen Gelenkdrücke an Stelle der Linie tatsächlich eine Berührungsfläche auftreten, von der man annehmen darf, daß sie die Gelenkachse zur Schwerachse habe, so daß diese demnach als Drehachse zu betrachten ist.

Ferner ist zu beachten, daß die rollende Reibung dem Abrollen der Gelenkflächen entgegenwirkt und daß bei Bewegungen der Bogenschenkel eine Lagenänderung der Gelenkachse bezw. der Berührungsgeraden hervorgerufen wird. Die dadurch im Dreigelenkbogen verursachten Störungen sollen in einem der nächsten Abschnitte näher besprochen werden.

Den Baustoff der Wälzgelenke bildet entweder Stahl und Eisen, wobei die sich unmittelbar berührenden Teile aus dem besseren Stoff hergestellt sind, oder Stein, Beton bezw. Eisenbeton.

Die Ausbildung der Gelenkflächen bezüglich ihrer Form richtet sich hauptsächlich nach der Festigkeit des Baustoffs.

Während man bei Stahlgelenken entweder beide Flächen konvex oder die eine konvex, die andere konkav oder eben ausbilden kann, findet man bei steinernen Gelenken regelmäßig die eine Gelenkfläche konvex, die andere konkav ausgebildet.

Das Wälzgelenk ist in das Gewölbe so einzubauen, daß die den beiden Gelenkflächen gemeinsame Tangentialebene normal zur mittleren Kraftrichtung, welche in der Regel annähernd mit der Tangente an die Bogenachse zusammenfällt, steht. Beim Versetzen der Gelenkteile bedarf es der größten Sorgfalt zur Erzielung einer geraden, über die ganze Gewölbebreite reichenden Gelenkachse.

Das Versetzen stählerner Wälzgelenke bereitete insbesondere anfänglich große Schwierigkeiten. Schlimme Erfahrungen machte man beim Bau der äußeren Maximilians-Brücke in München.[1]) Die beiden Gewölbe von 44 m Stützweite, welche als Dreigelenkbogen mit stählernen Wälzgelenken ausgebildet waren, rutschten längs der unglücklicherweise mit Stearin ge-

[1]) Vergl. Prof. W. Dietz, Der Bauunfall der äußeren Maximilians-Brücke in München, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1904, Nr. 38, S. 1407.

schmierten Kämpfergelenkflächen nach abwärts, bis sich die oberen Gelenkhälften auf den den unteren als Auflager dienenden Quadern wieder festkeilten

Während des Abrutsches fiel an ganz verschiedenen Stellen der Kämpferfugen eine größere Zahl der oberen Hälften der Kämpfergelenke herab; hieraus schließt Prof. Dietz, daß das richtige Versetzen von Gelenken eine schwierige Sache ist und daß es auch der größten Sorgfalt bedarf, um alle Gelenke schließlich unter nahezu gleichen Druck zu bringen.

Schon bei der Ausführung der Gewölbe hatte man die Beobachtung gemacht, daß bei einer Anzahl der zuerst versetzten Kämpfergelenke die obere Gelenkhälfte bis zu 1 cm nach abwärts gerutscht war; vor der Absenkung des Lehrgerüstes brachte man sie unter großen Schwierigkeiten wieder in die richtige Lage.

Ähnliche Beobachtungen hatte man bereits bei der im Jahre 1893 erbauten Straßenbrücke über die Donau bei Munderkingen gemacht. Das Lehrgerüst des Gewölbes hatte sich während des Wölbens an den Widerlagern um 6,5 bis 15 mm gesenkt, und die Stahlwälzgelenke in den Kämpfern waren teils lose, teils exzentrisch geworden, so daß sie vor dem Schließen des Gewölbes von neuem in ihre richtige Lage gebracht werden mußten, in welcher sie durch Verschraubung der Gelenkstühle bis zur Ausrüstung gehalten wurden.

Bei der im Jahre 1903 erbauten Eisenbahnbrücke über die Iller bei Lautrach (vergl. Deutsche Bauzeitung 1904, S. 411) wurden in das Stampfbetongewölbe ebenfalls Wälzgelenke aus Stahl eingeschaltet. Das Ausrüsten erfolgte vom Scheitel aus gegen die Kämpfer zu, wobei die Schraubenspindeln unter den Kämpfern erst zuletzt gesenkt wurden. Nachdem auch diese nachgelassen waren, zeigte sich, daß die gegenseitige Lage der Gelenkhälften sich um 10 bezw. 18 mm verschoben hatte; das Gewölbe selbst soll dadurch jedoch keinen merklichen Schaden davongetragen haben.

Um in Zukunft ähnliche Unfälle zu verhüten, schlug Prof. Dietz vor, ein Abgleiten der einen Gelenkhälfte von der anderen durch eingesetzte Stahlkupillen zu verhindern.

Bei der Wiederherstellung der Maximilians-Brücke wurden die Gelenke nachträglich mit solchen Kupillen versehen und weiterhin wohl alle bei gewölbten Brücken verwendeten Stahlwälzgelenke in Bayern.

Bei späteren Brückenbauten vermied man die Hauptschwierigkeiten beim Versetzen der Gelenke, indem man beide Gelenkhälften vor dem Versetzen in richtiger Stellung durch Bolzen unverrückbar miteinander verschraubte. Die Bolzen wurden erst kurz vor Beginn des Ablassens des Lehrgerüstes durchsägt, worauf nach dem Ausrüsten die beiden Gelenkhälften die gewünschte gegenseitige Lage einnehmen konnten.

Stählerne Wälzgelenke wurden zuerst von Leibbrand, Stuttgart im Jahre 1893 beim Bau der Straßenbrücke über die Donau bei Munderkingen in dem Betongewölbe von 50 m Spannweite und 5 m Pfeilhöhe angewendet. Späterhin kamen diese Gelenke bei vielen Brückengewölben großer Spannweite, teilweise auch für zeitweilige Wirkung, zur Anwendung.

Hierzu gehören ausschließlich der schon genannten Brücken:

die Prinzregentenbrücke in München,
„ Max-Joseph-Brücke in München,
„ Wittelsbacher-Brücke in München,
„ Isartalbrücke bei Grünwald,
„ Wallstraßenbrücke in Ulm,
„ Straßenbrücke über den Neckar bei Mannheim,
„ Illerbrücken bei Kempten u. a.

Die ersten Gewölbegelenke überhaupt entwarf Köpcke 1880 für die gewölbte Brücke der Pirna-Berggießhübler Eisenbahn bei Langenhennersdorf. Die Gelenke wurden aus Sandstein hergestellt; sie erhielten kreisförmig bearbeitete Gelenkflächen mit den Radien 110,5 und 97,7 cm. Später verwendete man Granitgelenke, doch wurden diese bald durch Gelenke aus Beton und Eisenbeton verdrängt.

Granitgelenke erhielten u. a. die Eyachbrücke bei Imnau, die Chemnitztalbrücke bei Chemnitz und die Brücke über die Leine bei Grasdorf.

Betongelenke kamen zum ersten Male in Anwendung beim Bau der Flutbrücken der Eisenbahnbrücke über die Elbe in Dresden in den Jahren 1894 bis 1896. Dem Beispiel folgten die Lennebrücke bei Halden, die Brücke über den Teltowkanal in Britz, die Moselbrücken bei Moulins und in Sauvage, die neue Augustusbrücke in Dresden u. a. Die Gelenkquader der Gewölbe der zuletzt genannten Brücke erhielten Eisenbewehrung, wodurch sie besonders widerstandsfähig wurden, da bekanntlich Stein- und Betongelenke durch Überwindung der Zugfestigkeit zum Bruch gebracht werden.

3. Zapfengelenke.

Das in der Regel gußstählerne Zapfengelenk wird gebildet aus einem zylindrischen Stahlkörper (Bolzen oder Zapfen), dessen Achse die Gelenkachse bildet und der von den Zylinderschalen gußeiserner Stühle oder Schuhe umfaßt wird. Eine Scheitelbewegung des Gewölbes verursacht eine Drehung der Gewölbeschenkel um die Achsen der Zapfengelenke, wobei an der Oberfläche der Zapfen bezw. der sie umschließenden Schalen Reibungskräfte auftreten, infolge deren bei der erst nach ihrer Überwindung erfolgten Drehung die Normalkräfte in den Gelenken exzentrisch angreifen, so daß der Abstand der Kraft vom Gelenkmittelpunkt etwas größer als der Halbmesser des Reibungskreises des Zapfens wird. Abweichend von den besprochenen Blei- und Wälzgelenken behält hier die Gelenkachse relativ zu den benachbarten Gewölbeteilen eine unveränderliche Lage bei.

Die Zapfenreibung läßt sich durch geeignete Schmiermittel, insbesondere Paraffin, auf ein äußerst geringes Maß herabsetzen, wie durch von Professor Föppl angestellte Versuche bewiesen wurde (vergl. Zentralblatt der Bauverwaltung 1901, S. 197).

Es liegen jedoch keine genügenden Erfahrungen darüber vor, wie sich die geschmierten Gelenkflächen auf die Dauer verhalten. Wahrscheinlich nimmt die Schicht der Schmierung an Dicke immer mehr ab und setzt sich auf der bloßliegenden Bolzenfläche Staub und Schmutz fest, so daß die Reibungsziffer

im Laufe der Jahre zunehmen muß. Die Zentrierung der Zapfengelenke, insbesondere bei durchgehend angeordneten Zapfen, gestaltet sich verhältnismäßig einfach. Ein Abrutschen oder Herausfallen von Gelenkteilen ist ausgeschlossen, sobald die Gelenke unter Druck stehen; doch ist auch hier eine völlig gleichmäßige Druckübertragung längs der ganzen Gelenkachse kaum zu erreichen.

Die ersten Zapfengelenke verwendete Leibbrand, Sigmaringen beim Bau der Donaubrücke in Inzigkofen im Jahre 1895.

Weiterhin kamen Zapfengelenke in Anwendung u. a.:

bei der Dollerbrücke bei Burzweiler,
„ „ Neckarbrücke bei Neckarhausen,
„ „ Prinzregentenstraßenbrücke in Wilmersdorf.

4. Federgelenke.

Nicht unerwähnt sollen die sogenannten Federgelenke bezw. Halbgelenke bleiben, welche seit kurzem in Frankreich bei verschiedenen Brückenbauten, allerdings in Eisenbetongewölben, zur Anwendung gekommen sind.

Im Scheitel und in den Kämpfern werden beiderseits der Bogenachse durchgehende Schlitze ausgespart, so daß ein schmales Prisma übrigbleibt, in dessen Mitte die Stäbe einbetonierter Eisenbüschel sich kreuzen derart, daß die Kreuzungspunkte auf einer der Gewölbeachse Parallelen, der Gelenkachse liegen. Eine Drehung der Gewölbeschenkel um diese kann natürlich nicht ohne Widerstand erfolgen, der wohl größer ist als bei Blei-, Wälz- und Zapfengelenken; doch ist die Lage der Drucklinie ähnlich wie bei den in Abschnitt II, B 2 besprochenen Druckflächen auf enger begrenztem Raum festgelegt. Die Erfahrung muß jedoch erst zeigen, in welcher Weise das Federgelenk sich auf die Dauer bewährt. Die fortwährenden Drehungen bei Temperaturänderungen, Be- und Entlastungen der Brücke verursachen in dem schmalen Druckprisma oben wie unten Risse, und es ist nicht unwahrscheinlich, daß an diesen Stellen schließlich auch die Haftung zwischen Eisen und Beton nachließe, so daß ein Rosten der Eisen, trotz sorgfältiger Abdichtung der Gelenkfugen, kaum ausbleiben dürfte.

Die Eisenbetonfedergelenke wurden angewendet bei der Überwölbung des Kanals Saint Martin, bei der 44 m weit gespannten Straßenbrücke bei Amélie les Bains und bei der Carnonbrücke über den Kanal du Midi bei Montpellier.

5. Störungen bei Dreigelenkbogen.

Wie bereits erwähnt, bleibt auch der Dreigelenkbogen von Störungen seines normalen Zustandes keineswegs ganz verschont. Vor allem sind auch hier jene Maßnahmen zu treffen, welche bei Gewölben ohne Gelenke zur möglichsten Vermeidung aller jener Störungsursachen empfohlen werden, die sich zur Zeit der Herstellung des Gewölbes bemerkbar machen.

Jene Störungsursachen, die nach Vollendung des Gewölbes wie bei und nach dem Ausrüsten sich geltend machen und die durch dauernd wirksame Gelenke möglichst unschädlich gemacht werden sollen, bestehen für den Dreigelenkbogen zwar weiter fort; deren hier jedoch bedeutend abgeschwächte Wirkung kommt durch Auf- und Abwärtsbewegungen des Gewölbescheitels zum Ausdruck.

Eine bleibende Scheitelsenkung wird verursacht durch Ausweichen der Widerlager und durch Schwindung und Zusammendrückung des Gewölbes. Infolge der dadurch veranlaßten Verringerung des Pfeilverhältnisses ändern sich nicht nur die im Gewölbe auftretenden Normalkräfte, sondern es treten auch andere Momente auf, da die Bogenachse, welche sich aus den Achsen der beiden Gewölbeschenkel zusammensetzt, im Scheitel eine Unstetigkeit erfährt, während die Stützlinie nach wie vor einen stetigen Verlauf nimmt.

Durch entsprechende Überhöhung, welche die Gewölbesenkung durch die genannten Umstände und das zu erwartende Setzen des Lehrgerüstes berücksichtigt, läßt sich erreichen, daß das Gewölbe bei Eintreten des Ruhezustandes bei Normaltemperatur die ihm zugedachte Form annähernd einnimmt, so daß die wirklich auftretenden Kräfte und Momente keine nennenswerten Änderungen gegenüber den berechneten erleiden würden. Die dann noch durch Temperaturänderungen und Verkehrslasten verursachten Änderungen des Pfeilverhältnisses sind nur von geringem Einfluß auf die Beanspruchungen des Gewölbes, dagegen verdienen die in folgendem beschriebenen Erscheinungen Beachtung.

Sieht man einstweilen von den durch Gelenkreibung hervorgerufenen Ablenkungen der Drucklinie ab, so sind bei den Blei- und Wälzgelenken Störungen infolge der bei Scheitelsenkungen auftretenden Winkeländerungen der Gelenkfugen zu erwarten.

Bei Bleigelenken bewirken die Formänderungen der Bleieinlagen eine Verschiebung der Drucklinie in den Kämpfergelenken nach unten und im Scheitelgelenk nach oben. Die Änderung des Fugenwinkels ist bei den Scheitelfugen doppelt so groß als bei den Kämpferfugen, weshalb im Scheitel die größte Exzentrizität zu erwarten ist. Vermag man die wahrscheinliche Scheitelsenkung beim Eintritt des Ruhezustandes anzugeben, so läßt sich durch entsprechende exzentrische Anordnung der Bleieinlagen erreichen, daß die Drucklinie schließlich zwar nicht durch die Gelenkmitte, aber doch annähernd durch die Mitte der Kämpfer- und Scheitelfugen hindurchgeht. Die Einlage des Kämpfergelenks ist nach oben und diejenige in der Scheitelfuge nach unten zu rücken um ein Maß, welches den Eigenschaften der Bleieinlage entsprechend zu wählen ist und durch Versuche genauer bestimmt werden sollte. Voraussetzung für eine gute Gelenkwirkung ist gutes, gleichmäßiges Anliegen der Bleiplatten an den anschließenden Quader- oder Betonflächen sowie vorsichtiges Ausrüsten des Gewölbes.

Bei Wälzgelenken beruht die Störung nach etwaiger Scheitelsenkung des Gewölbes auf dem Abrollen der Gelenkflächen aufeinander; sie ist jedoch, wie noch gezeigt wird, nur von Bedeutung bei Gelenken mit konvex und konkav gekrümmten Wälzflächen, insbesondere dann, wenn die Radien dieser Flächen groß sind und nicht sehr voneinander abweichen, wie dies bei den Stein- und Betongelenken der Fall zu sein pflegt. Ähnlich wie bei den Bleigelenken läßt sich auch hier eine dauernde Scheitelsenkung berücksichtigen, indem man die ursprüngliche Berührungsgerade der Gelenkflächen nicht genau in die Bogenmitte, sondern im Scheitel etwas nach unten und in den Kämpfern nach oben legt.

Bei Zapfengelenken haben dauernde Scheitelsenkungen keinen Einfluß, wenn nur die schließlich bei Normaltemperatur des Gewölbes erreichte Bogenform der zugrunde gelegten entspricht.

Bei Auf- und Abwärtsbewegungen des Scheitels eines Dreigelenkbogens, wie sie fortwährend bei Wärmeschwankungen und dem Wandern der Verkehrsbelastung vorkommen, treten in den Gelenkflächen Reibungskräfte als Störungsursachen auf, welche bei Wälzgelenken zu den vorhin erwähnten hinzutreten. Die rollende Reibung bei Wälzgelenken und die Zapfenreibung bei Zapfengelenken behindern die Bewegungen des Bogens, so daß eine Drehung erst stattfinden kann, wenn die Normalkraft in einem gewissen Abstand an der Gelenkachse vorbeiführt. Geht letztere durch die Bogenachse, so weicht die Drucklinie derart ab, daß sie im Kämpfer etwa nach oben und im Scheitel nach unten rückt oder umgekehrt und die Bogenmittellinie zwischen Kämpfer und Scheitel einmal schneidet.

Der Aufbau der Tragkonstruktion über einem Gewölbe mit drei Gelenken muß so angeordnet werden, daß die Bewegungen der Bogenschenkel ungestört vor sich gehen können. Die zu diesem Zweck geschaffenen Bewegungsfugen über den Kämpfer- und Scheitelgelenken müssen den Gewölbebewegungen ohne nennenswerten Widerstand folgen können, da sonst der Berechnung schwer zugängliche Nebenspannungen im Gewölbe erzeugt werden.

Um einen Überblick über die Größen der Zusatzmomente infolge der durch mangelhafte Gelenkwirkung hervorgerufenen Störungen zu geben und irrigen Anschauungen über deren Einfluß auf den Spannungszustand in der Bruchfuge zu begegnen, wird in folgendem Abschnitt die Berechnung der Zusatzmomente für einen symmetrischen parabelförmigen Dreigelenkbogen durchgeführt.

6. Berechnung der Zusatzmomente.

Scheitelsenkung und Drehwinkel.

Wir betrachten: 1. den Fall der Nachgiebigkeit der Widerlager und 2. den der Schwindung, Zusammendrückung sowie Wärmeänderung des Gewölbes.

1. Ausweichen der Widerlager (Abb. 4).

Es bezeichne:

l die halbe Stützweite des Bogens,

f die Pfeilhöhe,

c die Länge der Sehne AC des Bogenschenkels,

Δl die Horizontalverschiebung jeder der beiden Kämpferfugen,

Δf die Scheitelsenkung,

φ den Winkel der Bogentangente im Kämpfer mit der Horizontalen,

α die Änderung dieses Winkels bei einer Scheitelsenkung Δf.

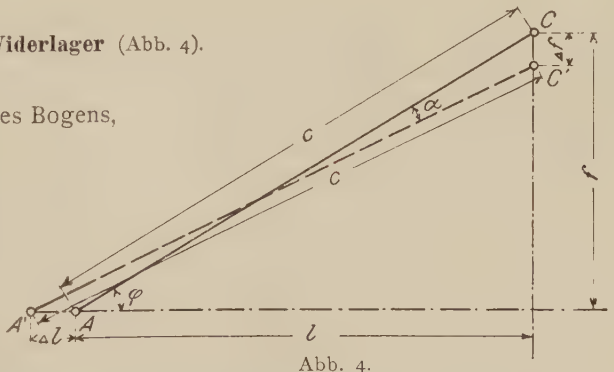

Abb. 4.

dann ist $l^2 + f^2 = c^2 = \text{konst}$ oder

$$2\,l\,\frac{dl}{df} + 2\,f = 0$$

$$df = -\,\frac{l}{f}\cdot dl$$

oder

$$\Delta f = \frac{l}{f}\cdot \Delta l \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Aus dieser Gleichung berechnet sich die Scheitelsenkung, unter der Voraussetzung, es seien die Verschiebungen Δl gegenüber l sehr klein. Genau genug ist

$$\alpha = \frac{\Delta f}{l} = \frac{\Delta l}{f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

2. Temperaturänderung, Schwindung und Zusammendrückung (Abb. 5).

Weil in diesem Fall die Stützweite des Bogens unverändert bleibt, ist,

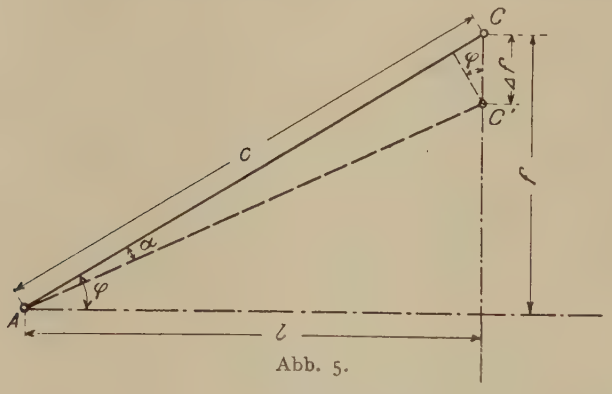

Abb. 5.

$$c \cdot \cos\varphi = l;$$

nach φ differentiiert, gibt

$$-\,c\cdot\sin\varphi + \cos\varphi\,\frac{dc}{d\varphi} = 0;$$

wenn ε den Ausdehnungskoeffizienten und t den Wärmeunterschied bezeichnet, dann ist

$$dc = c\cdot\varepsilon t.$$

Hieraus

$$-\,c\cdot\sin\varphi\cdot d\varphi + c\cdot\cos\varphi\,\varepsilon t = 0$$

oder

$$-\,c\cdot\sin\varphi\cdot d\varphi + l\,\varepsilon\,t = 0;$$

mithin wird

$$d\varphi = \alpha = \frac{l\,\varepsilon\,t}{f} = \frac{\Delta l'}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Hierin bedeutet $\Delta l'$ die ideelle Längenänderung eines Prismas von der Länge der halben Stützweite infolge von Wärmeänderung oder Schwindung oder Zusammendrückung; denn wir können uns den Wert des Wärmeunterschiedes t so in die Rechnung eingeführt denken, daß er die Längenänderung der betreffenden Ursache hervorbringen würde.

Da $\Delta f\cdot\cos\varphi = c\cdot d\varphi$, so wird die Scheitelsenkung

$$\Delta f = \frac{\Delta l'}{\sin\varphi\cdot\cos\varphi} = \frac{f^2 + l^2}{l\cdot f}\cdot\Delta l'$$

$$= \varepsilon t\left(f + \frac{l^2}{f}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Die Abwälzung bei Wälzgelenken.

Die Abwälzung zweier Gelenkhälften aufeinander bewirkt eine Änderung der Lage des Berührungspunktes, der im normalen Zustand des Bogens als Gelenk-

mittelpunkt in die Bogenachse fiel. Da die Drucklinie, wenn von Gelenkreibung abgesehen wird, durch den Berührungspunkt — bezw. durch die Mitte der beiden Gelenkflächen gemeinsamen Fläche — geht, so ändert sich mit dem Wandern des Berührungspunktes auch die Stützlinienlage.

Denken wir uns eine Bewegung der Gewölbeschenkel durch irgendwelche äußeren Einflüsse eingeleitet (Abb. 6), so tritt im Kämpfergelenk ein Abwälzen ein, wobei sich der Ausgangspunkt der Bogenachse etwas von der Gelenkfläche des Widerlagers entfernt, während gleichzeitig der Berührungspunkt sich um die Strecke a_k von dem Gelenkmittelpunkt entfernt. Im Scheitel dagegen hebt oder senkt sich die Bogenachse um Δf, während der neue Berührungspunkt um die Strecke a_s hinter der Scheitelbewegung zurückbleibt.

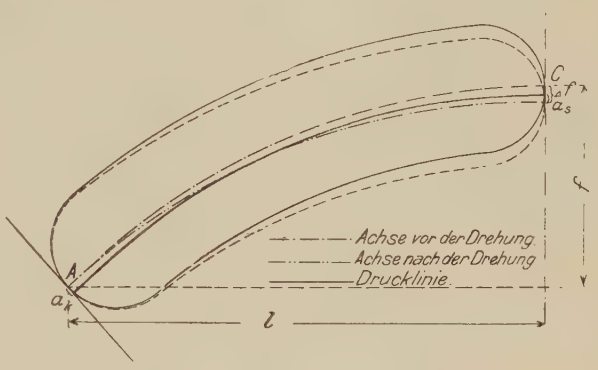

Abb. 6.

Bei kleinem Drehwinkel α ist die Größe der Abwälzung nach Abb. 7 u. 8

$$a = \gamma r = \delta R,$$

da $\alpha = \gamma \mp \delta = \delta\left(\frac{R}{r} \mp 1\right)$,

so wird $$\delta = \frac{\alpha r}{R \mp r}$$

und

$$a = \alpha \frac{r R}{R \mp r} = \alpha \frac{r}{1 \mp \frac{r}{R}} \quad 5)$$

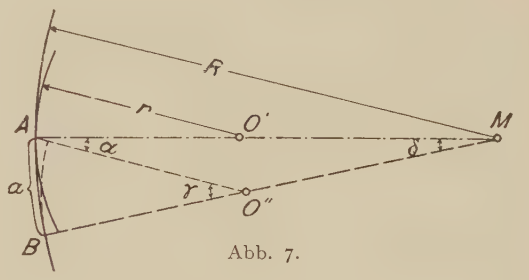

Abb. 7.

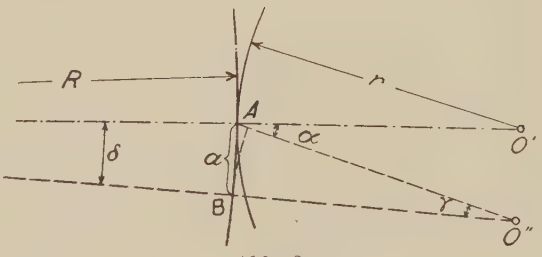

Abb. 8.

Das obere (negative) Zeichen gilt dann, wenn die Mittelpunkte der Berührungskreise auf derselben Seite der Berührungstangente liegen, d. h. wenn die eine Gelenkfläche konkav, die andere konvex gekrümmt ist (Abb. 7). Das untere (positive) Vorzeichen kommt in Betracht, wenn beide Flächen konvex gekrümmt sind (Abb. 8)

Man erhält sehr kleine Werte für a, wenn beide Berührungsflächen konvex gekrümmt und ihre Radien klein sind; ist jedoch die eine Gelenkfläche konvex, die andere konkav, dann muß der Unterschied zwischen r und R um so größer gewählt werden je größer r, insoweit die Abwälzung sich in mäßigen Grenzen

bewegen soll. Das Verhältnis $\frac{r}{R}$ ist aber auch bedingt durch die begrenzte Festigkeit der sich berührenden Gelenkkörper; bei Stein- und Betongelenken kann es sehr anwachsen, wenn man keine hohe Beanspruchung der Berührungsflächen zulassen will oder kann.

Die beim Bau der Moselbrücke bei Moulins verwendeten Betongelenke hatten die Radien $r = 280$ cm und $R = 325$ cm. Das Pfeilverhältnis der seitlichen Dreigelenkbogen

$$\frac{f}{2l} = \frac{478}{4000} = \frac{1}{8{,}4}.$$

Für eine Temperaturänderung von 20° C wäre nach Gl. 3 der Drehwinkel des Kämpfergelenks

$$\alpha = \varepsilon t \frac{l}{f} = 0{,}000\,014 \cdot 20 \cdot \frac{8.4}{2} = 0{,}001\,12$$

und die Größe der Abwälzung

$$a = 0{,}001\,12 \frac{280 \cdot 325}{325 - 280} = 2{,}26 \text{ cm}.$$

Die Scheitelfuge ändert ihren Winkel um das doppelte Maß wie die Kämpferfuge, so daß $\alpha' = 2\alpha$ und $a' = 2 \cdot 2{,}26 = 4{,}5$ cm.

Zum Vergleich sei hier dieselbe Berechnung für die stählernen Wälzgelenke, welche bei der Graftonbrücke in Neu-Seeland für den Hauptbogen in Anwendung kamen, ausgeführt:

$$2l = 96 \text{ m}; \qquad f = 25{,}6 \text{ m}; \qquad \frac{f}{2l} = \frac{1}{3{,}75}.$$

Die Radien der Gelenkflächen sind

$$r = 50 \text{ cm} \quad \text{und} \quad R = 55 \text{ cm}.$$

Dann wird die Abwälzung im Kämpfergelenk

$$a = 0{,}000\,014 \cdot 20 \frac{3{,}75}{2} \cdot \frac{55 \cdot 50}{55 - 50} = 0{,}29 \text{ cm},$$

im Scheitelgelenk $a' = 2a = 0{,}58$ cm.

Die Gelenkreibung.

Die Gelenkreibung wirkt als Störungsursache im gleichen Sinn wie die Abwälzung bei den Wälzgelenken. Bei diesen selbst kommt die rollende Reibung in Betracht und bei den Zapfengelenken die Zapfenreibung. Beide behindern die freie Drehung der Bogenschenkel um die Gelenkachsen und verursachen eine exzentrische Lage des Kraftangriffspunktes im Gelenk. Diese Exzentrizität e addiert sich zu der etwa vorhandenen Abwälzung a; sie ist für den gerade vorliegenden Fall durch Versuche festzulegen oder näherungsweise nach in ähnlichen Fällen ermittelten Werten anzunehmen; dabei ist zu berücksichtigen, daß die Reibungskoeffizienten infolge des Eindringens von Staub und bei im Hochwasserprofil gelegenen Gelenken von Schlamm und Schmutz erhöht werden können. Dazu kommt bei den Zapfengelenken, daß die Schmiermittelschicht im Laufe der Zeit dünner wird und in ihrer Wirkung nachläßt.

Bewegt sich der Bogenscheitel durch irgend eine Ursache nach abwärts, dann verläuft die Drucklinie infolge der Gelenkreibung im Scheitel um das Maß der Exzentrizität oberhalb und im Kämpfer unterhalb der Bogenachse, falls bei Beginn der Scheitelsenkung die Drucklinie durch die der Bogenachse angehörenden Gelenkmittelpunkte ging. Bei Aufwärtsbewegung des Scheitels verläuft die Drucklinie entgegengesetzt.

Zusatzmomente infolge Gelenkreibung und Abwälzung.

Berechnung für ein Gewölbe von parabelförmigem Querschnitt.

Unter der vorläufigen Annahme eines ideal wirkenden Kämpfergelenkes (reibungslos) bezeichne e_s den Fehlerhebel des Kraftangriffspunktes im Scheitel infolge der Reibung. Das Gewölbe sei durch sein Eigengewicht sowie durch

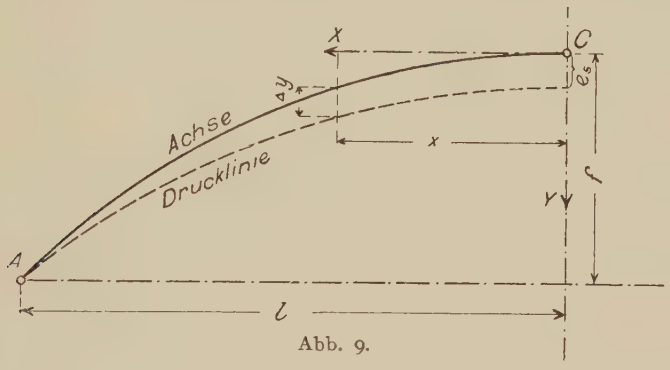

Abb. 9.

Verkehrslast gleichmäßig belastet, so daß die Drucklinie, welche im Scheitel um e_s von der Bogenachse entfernt ist, dagegen letztere in den Kämpfergelenken schneidet, auch wieder eine Parabel ist (Abb. 9).

Der lotrechte Abstand der Drucklinie von der Bogenmittellinie in der Entfernung x (wagerecht gemessen) vom Scheitel

$$\Delta y = e_s - \frac{e_s}{l^2} x^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

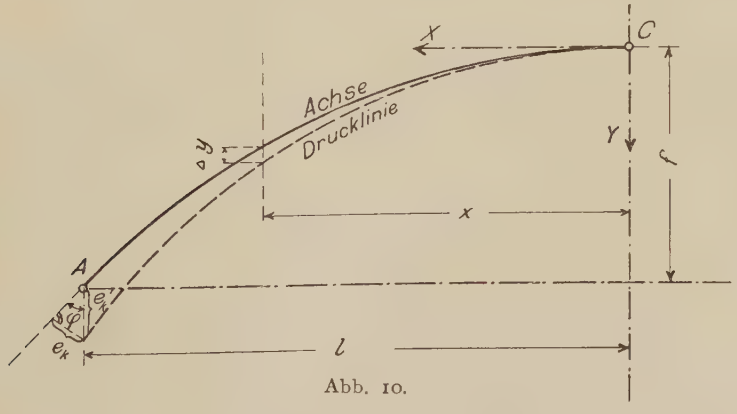

Abb. 10.

Für einen Bogen mit reibungslosem Scheitelgelenk und gewöhnlichem Kämpfergelenk (Abb. 10) sei der Fehlerhebel am Kämpfer, quer zur Bogen-

achse gemessen, gleich e_k; in der Lotrechten gemessen, gleich $e_k' = \frac{e_k}{\cos\varphi}$, wenn φ der Winkel der Bogentangente im Kämpfer mit der Horizontalen ist. Der lotrecht gemessene Abstand der Drucklinie (Parabel) von der Bogenachse ergibt sich zu

$$\Delta y = -\frac{e_k'}{l^2}x^2 = -\frac{e_k}{l^2\cos\varphi}x^2 \quad \ldots\ldots 7)$$

Addiert man die Gl. 6) u. 7), so ergibt sich bei mit verschiedenen Reibungskoeffizienten behafteten Scheitel- und Kämpfergelenken der lotrechte Abstand der auftretenden Stützlinie von der Bogenachse aus

$$\Delta\eta = e_s - \frac{e_s x^2}{l^2} - \frac{e_k}{l^2\cos\varphi}x^2 = e_s - \frac{x^2}{l^2}\left(e_s + \frac{e_k}{\cos\varphi}\right) \quad \ldots 8)$$

Für $x = \frac{l}{2}$, also in der Nähe der Bruchfuge, wird beispielsweise

$$\Delta\eta = e_s - \frac{1}{4}\left(e_s + \frac{e_k}{\cos\varphi}\right) \quad \ldots\ldots 9)$$

und für $\frac{e_k}{\cos\varphi} = e_s$ (für flache Bogen gültig) ergibt sich $\Delta\eta = \frac{e_s}{2}$.

Wendet man Gl. 9) für die Abwälzungen bei Wälzgelenken an, dann geht sie über in

$$\Delta\eta = a_s - \frac{1}{4}\left(a_s + \frac{a_k}{\cos\varphi}\right),$$

worin a_s und a_k die Beträge der Abwälzung im Scheitel und im Kämpfer bedeuten. Bei gleichen Gelenken würde die Abwälzung im Scheitel doppelt so groß wie im Kämpfer

$$\frac{a_s}{2} = a_k = \sim \frac{a_k}{\cos\varphi} \text{ (für flache Bogen),}$$

dann würde

$$\Delta\eta = a_s - \frac{3}{8}a_s = \frac{5}{8}a_s = \frac{10}{8}a_k.$$

Bei gleichmäßig verteilter Belastung eines Parabelbogens durch Eigengewicht (g) und Verkehrslast (p) entsteht also durch die Wirkung von Reibung und Abwälzung der Gelenke in der Nähe der Bruchfuge ein Fehlerhebel der Drucklinie, welcher etwa $^4/_8$ bis $^5/_8$ von demjenigen im Scheitel beträgt.

Die Zusatzmomente für die verschiedenen Bogenquerschnitte berechnen sich aus

$$\Delta M = H\Delta\eta \quad \ldots\ldots\ldots 10)$$

worin H den Horizontalschub für normale Stützweite und Pfeilhöhe bedeutet.

Für den vorliegenden Fall ergeben sich somit, wenn $(g+p)$ die Belastung für die Flächeneinheit darstellt, die Zusatzmomente

$$\Delta M = H\Delta\eta = (g+p)\frac{l^2}{2f}\left[e_s - \frac{x^2}{l^2}\left(e_s + \frac{e_k}{\cos\varphi}\right)\right] \quad \ldots 11)$$

Für $x = \frac{l}{2}$

$$\Delta M = (g+p)\,\frac{l^2}{2f}\left(\frac{3}{4}\,e_s - \frac{1}{4}\cdot\frac{e_k}{\cos\varphi}\right) = (g+p)\,\frac{l^2}{8f}\left(3e_s - \frac{e_k}{\cos\varphi}\right). \quad 12)$$

Zusatzmoment bei einseitiger, gleichmäßig verteilter Belastung in den Fugenschnitten des belasteten Bogenschenkels.

a) Ideales, d. h. reibungsloses Kämpfergelenk; normales, d. h. mit Reibung behaftetes Scheitelgelenk (Abb. 11).

Für eine Einzellast P auf der linken Bogenhälfte im Abstand x von der Scheitelsenkrechten wird der Auflagerdruck

$$A = P\frac{l+x}{2l} \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

der Horizontalschub

$$H = P\frac{(l-x)}{2f} \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

Die Exzentrizität ermittelt sich unter der Last P

$$\Delta y = e_s\frac{l+x}{l} \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

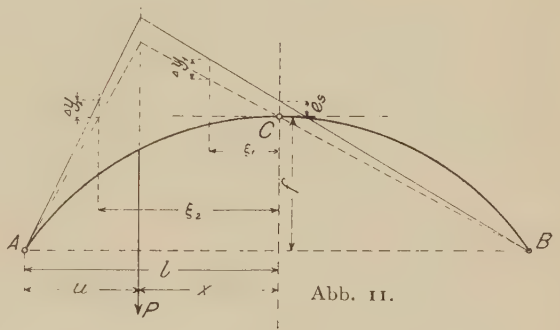

Abb. 11.

Für den Querschnitt im Abstand ξ vom Scheitel

links von P

$$\Delta y_2 = e_s\frac{l+x}{l}\cdot\frac{l-\xi_2}{l-x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

rechts von P

$$\Delta y_1 = e_s\frac{l+x}{l}\cdot\frac{l+\xi_1}{l+x} = \frac{e_s}{l}(l+\xi_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

Daraus folgt das Zusatzmoment für einseitige, gleichmäßig verteilte Belastung

$$\Delta M = \Sigma H\,\Delta y = \int d\,\Delta M$$

links von P

$$d\Delta M' = \frac{p\,dx(l-x)}{2f}\cdot\frac{e_s}{l}\cdot\frac{(l+x)(l-\xi)}{(l-x)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

rechts von P

$$d\Delta M'' = \frac{p\,dx(l-x)}{2f}\cdot\frac{e_s}{l}(l+\xi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

Mithin das Zusatzmoment an der Stelle ξ

$$\Delta M_\xi = \int_0^\xi \frac{p\,dx}{2fl}(l+x)\,e_s(l-\xi) + \int_\xi^l \frac{p\,dx(l-x)}{2fl}\,e_s(l+\xi)$$

$$= \frac{e_s p}{4f}(l^2 + \xi l - 2\xi^2). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

Für $\xi = \frac{l}{2}$ geht die Gleichung über in

$$\Delta M_{\frac{l}{2}} = \frac{p\,l^2}{4f}\,e_s \qquad \ldots\ldots\ldots\ 21)$$

b) Ideales Scheitelgelenk, normales Kämpfergelenk (Abb. 12).

Die Exzentrizität wird unter der Last P

$$\Delta y = \frac{e_k}{\cos\varphi}\cdot\frac{x}{l} \qquad \ldots\ldots\ldots\ 22)$$

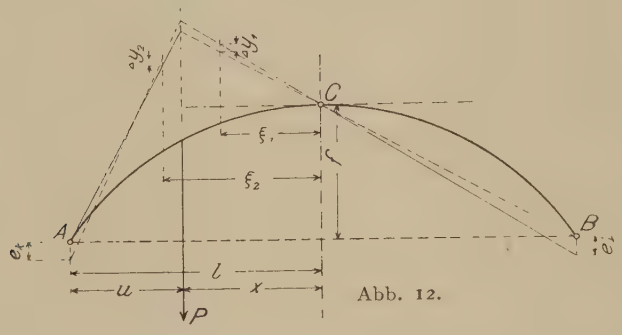

Abb. 12.

links von P

$$\Delta y_2 = \frac{e_k}{\cos\varphi}\cdot\frac{l+x}{l\,(l-x)}\left(\frac{2\,l\,x}{l+x} - \xi_2\right) \qquad \ldots\ 23)$$

rechts von P

$$\Delta y_1 = \frac{e_k}{\cos\varphi}\cdot\frac{\xi_1}{l} \qquad \ldots\ldots\ldots\ 24)$$

Dann ist

$$\Delta M = \int_0^{\xi} \frac{p\,dx}{2f}\,(l-x)\,\frac{e_k}{\cos\varphi}\cdot\frac{l+x}{l\,(l-x)}\left(\frac{2\,l\,x}{l+x} - \xi\right) + \int_{\xi}^{l} \frac{p\,dx}{2f}\,(l-x)\,\frac{e_k}{\cos\varphi}\cdot\frac{\xi}{l}$$

$$= \frac{p\,e_k}{2f\,l\cos\varphi}\left[\int_0^{\xi} 2\,l\,x\,dx - \int_0^{\xi}\xi\,(l+x)\,dx + \int_{\xi}^{l}(l-x)\,\xi\,dx\right]$$

$$= \frac{p\,e_k}{4f\cos\varphi}\cdot\xi\,(l-2\,\xi) \qquad \ldots\ 25)$$

Für $\xi = \frac{l}{2}$ wird $\Delta M = 0$; d. h. bei reibungslosem, vollkommenem Scheitelgelenk und normalen Kämpfergelenken würde die Exzentrizität der Drucklinie in der Nähe der Bruchfuge des belasteten Bogenschenkels verschwinden.

c) Normale Scheitel- und Kämpfergelenke.

Durch Addition der unter a) und b) gewonnenen Werte für ΔM erhält man

$$\Delta \mathfrak{M} = \frac{p}{4f}\left[e_s\,(l^2 + \xi\,l - 2\,\xi^2) + \frac{e_k\,\xi}{\cos\varphi}\,(l - 2\,\xi)\right] \qquad \ldots\ 26)$$

oder für $\xi = \frac{l}{2}$

$$\Delta \mathfrak{M}_{\frac{l}{2}} = \frac{p l^2}{4 f} e_s \quad \ldots \ldots \ldots \quad 27)$$

Zusatzmoment bei einseitiger, gleichmäßig verteilter Belastung in den Fugenschnitten des unbelasteten Bogenschenkels.

a) Ideales Kämpfergelenk, normales Scheitelgelenk (Abb. 13).

Die Exzentrizität für Querschnitt ξ läßt sich sofort anschreiben:

$$\Delta y = \frac{e_s}{l} (l - \xi) \quad 28)$$

dann wird

$$\Delta M = \frac{p e_s}{4 f} l (l - \xi) \quad 29)$$

für $\xi = \frac{l}{2}$

$$\Delta M = \frac{p l^2}{4 f} \cdot \frac{e_s}{2} \quad 30)$$

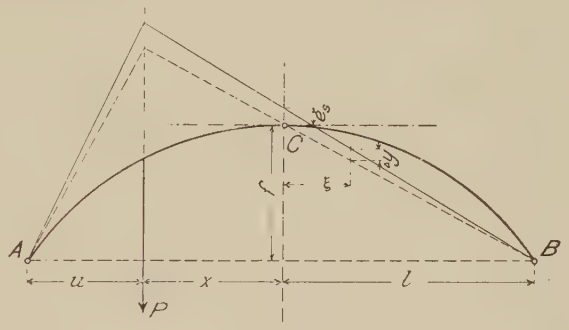

Abb. 13.

b) Ideales Scheitelgelenk und normales Kämpfergelenk (Abb. 14).

$$\Delta y = - \frac{e_k}{\cos \varphi} \cdot \frac{x}{l} \quad 31)$$

$$\Delta M = - \frac{p e_k}{4 f \cos \varphi} l \cdot \xi \quad 32)$$

für $\xi = \frac{l}{2}$

$$\Delta M = - \frac{p l^2}{4 f} \cdot \frac{e_k}{2 \cos \varphi} \quad 33)$$

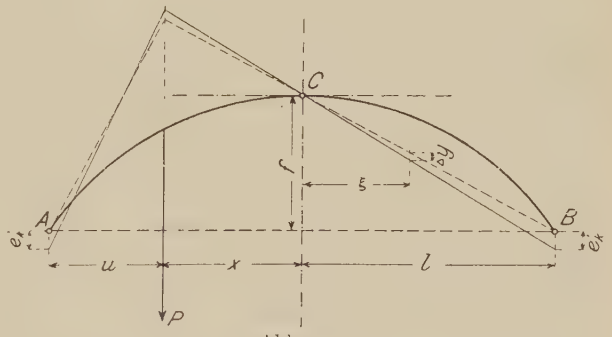

Abb. 14.

c) Normale Scheitel- und Kämpfergelenke.

Durch Addition der Ergebnisse unter a) und b) ergibt sich

$$\Delta \mathfrak{M} = \frac{p l}{4 f} \left[e_s (l - \xi) - \frac{e_k}{\cos \varphi} \xi \right] \quad \ldots \ldots \quad 34)$$

für $\xi = \frac{l}{2}$

$$\Delta \mathfrak{M}_{\frac{l}{2}} = \frac{p l^2}{4 f} \left(\frac{e_s}{2} - \frac{e_k}{2 \cos \varphi} \right) \quad \ldots \ldots \quad 35)$$

In diesem Fall ist die Exzentrizität in der Nähe der Bruchfuge klein und verschwindet vollständig für $e_s = \frac{e_k}{\cos \varphi}$.

Vorstehend abgeleitete Gleichungen für die Zusatzmomente, hervorgerufen in irgend einer Fuge infolge der Gelenkreibung, sind anzuwenden bei ungünstigster Stellung der Verkehrslast für die betreffende Fuge, also etwa bei halbseitiger Vollbelastung für die Bruchfuge; dabei sind die Werte $\Delta \mathfrak{M}$, welche für ein-

seitige Belastung erhalten werden, zu jenen für die gleichmäßig verteilte Last des Eigengewichts zu addieren.

Bei Wälzgelenken mit größerer Abwälzung ist in den Gleichungen zu dem Wert e_s, e_k derjenige der Abwälzung a_s, a_k hinzuzufügen.

Die Formeln für die Zusatzmomente gelten für jeden symmetrischen Dreigelenkbogen, bei der Eigengewichtsbelastung jedoch genau nur für den nach der Stützlinie für Eigengewicht geformten Parabelbogen, doch dürfte der Genauigkeitsgrad auch bei diesem Belastungsfall für andere Gewölbeformen noch genügend sein, falls nur für H der tatsächlich auftretende Horizontalschub in die Gleichung eingeführt wird.

Schlußbemerkung.

Ein kurzer Rückblick auf die im Abschnitt II beschriebenen Maßnahmen gegen Störungen des normalen Zustandes in Brückengewölben mit Rücksicht auf die erzielten Erfolge lehrt, welch großer Wert einer zweckmäßigen Formgebung des Gewölbes beizumessen ist, indem durch passende Wahl des Pfeilverhältnisses und der Gewölbestärken bei guter Ausnutzung der Druckfestigkeit des Baustoffs eine wesentliche Herabsetzung jeder Art von Störung ereicht werden kann.

Bezüglich der Maßnahmen bei der Bauausführung zeigt Abschnitt II, B, 1, daß die Anwendung eines möglichst festen Lehrgerüstes, dessen Bewegungen unter der Belastung und bei Wärmeänderungen auf ein kleines Maß beschränkt bleiben, zur Abschwächung jener Störungen beiträgt, welche bei Senkungen und überhaupt Bewegungen des Lehrgerüstes auch noch nach Schluß aller Gewölbefugen oder Lücken unter der wachsenden Belastung des Lehrgerüstes durch den Aufbau über dem Gewölbe zu erwarten sind.

Bei Anwendung des unter Abschnitt II, B, 3 beschriebenen Verfahrens, Aussparen von parallel zur Gewölbeachse durchgehenden Lücken im Gewölbe, werden jene Störungsursachen größtenteils unschädlich gemacht, welche vom Beginn der Gewölbeausführung an bis zum Schließen der Lücken auftreten, wie das Setzen des Lehrgerüstes, Temperaturänderungen der Gewölbe- und Lehrgerüstteile sowie Schwinderscheinungen.

Die nach Abschnitt II, B, 2 in ein Gewölbe eingeschalteten Druckflächen oder bloß zeitweilig wirkenden Gelenke wirken hauptsächlich bei und nach dem Ausrüsten und schwächen alle noch zu erwartenden Störungen umsomehr ab, je genauer die Drucklinie durch die Druckflächen oder provisorischen Gelenke festgelegt ist und je länger mit dem Schließen der Gelenkfugen zugewartet wird.

Die soeben erwähnten Maßnahmen bezwecken keine Änderung des Endzustandes des Gewölbes; es soll ein in den Kämpfern eingespannter Bogen ohne Gelenke bleiben und hat demnach die durch nach Schluß aller Fugen noch auftretende, schon des öfteren erwähnte Umstände, hervorgerufenen Nebenspannungen aufzunehmen.

Werden jedoch in das Gewölbe drei dauernd wirksame Gelenke eingeschaltet (vergl. Abschn. II, B, 4), so bildet der zwischen den Kämpfergelenken

liegende mittlere Teil eine neue Bogenform, den Dreigelenkbogen, der als statisch bestimmtes System bei reibungslosen Gelenken und verschwindend kleinen Scheitelbewegungen von Nebenspannungen freibleibt.

Endlich wurde festgestellt (vergl. Abschn. III), daß auch hier mit Störungen des normalen Zustandes zu rechnen ist, weil mangelhafte Gelenkwirkung durch Reibung und Abwälzung, bei Bleigelenken durch ihren Widerstand gegen Formänderung, sowie meßbare Scheitelsenkungen nicht ganz zu vermeiden sind; die dadurch entstehenden Nebenspannungen können bei der statischen Berechnung des Gewölbes entsprechend berücksichtigt werden (vergl. Abschn. III,6).

Was die statische Berechnung der Gewölbe anlangt, so stößt diese bei gelenklosen Gewölben infolge der durch die Störungen verursachten Zusatzspannungen insofern auf Schwierigkeiten, als es bis heute nicht gelungen ist, einwandfreie Berechnungsunterlagen für die verschiedenen zu berücksichtigenden Fälle zu schaffen. Wenn auch bei einem sachgemäß ausgeführten Gewölbe die Annahme wohl zulässig ist, es habe zu dem Zeitpunkt der Inbetriebnahme des Brückenbauwerks die Bogenachse die ihr zugedachte Form annähernd angenommen, so bleibt doch noch die Wirkung jener Störungen zu berücksichtigen, welche bei der Ausführung nicht oder nur teilweise unschädlich gemacht wurden. Die Größe der dadurch hervorgerufenen Zusatzmomente ließe sich dann berechnen, wenn vor allem ihre Ursache nach Art und Größe angegeben werden könnte.

Im Abschnitt I sind die in Betracht kommenden Störungen ausführlich erörtert worden. Es sei jedoch hier noch auf die Bedeutung der Veränderlichkeit des Elastizitätsmoduls während des Auftretens der verschiedenen Störungen hingewiesen, wodurch die Berechnung der Zusatzspannungen sehr erschwert wird. Im Abschnitt I,3 über Wärmeschwankungen zeigten Beispiele von Temperaturänderungen unter gleichzeitiger Änderung des Elastizitätsmoduls, wie verwickelt die Spannungsverhältnisse im Gewölbe unter normalen Verhältnissen werden müssen. Ähnlich verhält es sich auch mit den übrigen Störungsursachen, deren Wirkung auf die Gewölbebeanspruchung von dem jeweiligen Elastizitätsmodul abhängig ist.

Ferner sei noch darauf hingewiesen, daß, da man bei Aufstellung der statischen Berechnung des Gewölbes oft noch gar nicht weiß, in welche Jahreszeit die Ausführung des Gewölbes fallen wird, und man annehmen darf, daß bei uns die Herstellungstemperatur (soweit man von solcher sprechen kann) innerhalb etwa 15° C schwanken kann, der Abstand dieser letzteren von der mittleren Jahrestemperatur — um welche später die im Inneren des Bauwerks herrschende Temperatur pendeln wird — das eine Mal positiv, das andere Mal negativ wird.

Die herrschende Unklarheit und Meinungsverschiedenheit bei der Schaffung von Grundlagen für die Berechnung statisch unbestimmter Systeme, insbesondere in bezug auf den Einfluß des Schwindens und der Wärmeschwankungen, kommt auch in den Vorschriften für die Berechnung von Beton- und Eisenbetonkonstruktionen einzelner Länder zum Ausdruck. Die österreichischen Regierungsvorschriften von 1907 bei Berechnung statisch unbestimmter Beton- und Eisenbetonkonstruktionen verlangten z. B. Berücksichtigung der Wärmeschwankungen

für Temperaturgrenzen von — 20 und + 30° C unter Annahme eines linearen Ausdehnungskoeffizienten gleich 0,0000135, während die neuen Vorschriften von 1911 Annahme eines Temperaturunterschiedes von ± 15° C vorschreiben, der bei Brückengewölben bis auf ± 10° C herabgesetzt werden kann, wenn deren geringste Betonstärke mehr als 70 cm beträgt oder wenn sie vollständig mit Erde, Schotter und dergl. mindestens 70 cm hoch überdeckt sind. Der Elastizitätsmodul ist gleich 140000 kg/cm² anzunehmen. Schwinderscheinungen bleiben unberücksichtigt.

Demgegenüber verlangen die Schweizer Vorschriften über Bauten in armiertem Beton (1909), daß der Einfluß der Temperatur für einen Unterschied von ± 15° C in bezug auf die mittlere Herstellungstemperatur zu berücksichtigen sei, wobei Schwinderscheinungen des Betons an der Luft bezüglich ihrer Wirkung einem Temperaturabfall bis 20° C gleichzuachten sind. Bei Berücksichtigung dieser Einflüsse dürfen die zulässigen Spannungen um 50 vH. erhöht werden, wobei als äußerste Grenzen die Eisenspannung von 1500 kg/cm² und die Betonpressung von 70 kg cm² gelten.

Die Verbesserungsbedürftigkeit der genannten Bestimmungen dürfte aus den vorausgegangenen Darlegungen in den Abschnitten über Temperaturschwankungen und Schwinderscheinungen zur Genüge hervorgehen. Es ist aber auch zu erwarten, daß Versuche, die an ausgeführten Bauwerken und in den Laboratorien im Gange sind, bald noch mehr Klarheit in die schwebenden Fragen bringen werden.

Der Dreigelenkbogen bei Brückengewölben bleibt von den erwähnten Einflüssen frei, wenn man von dem meist geringfügigen Einfluß einer Änderung des Pfeilverhältnisses absieht; berücksichtigt man bei seiner Berechnung die durch Gelenkreibung und etwaige Abwälzung der Gelenkflächen und bei Bleigelenken durch deren Widerstand gegen Formänderung hervorgerufenen Störungen in der im vorigen Abschnitt dargelegten Weise, so läßt sich hier eine weitgehende Übereinstimmung der errechneten Spannungswerte mit den tatsächlichen Gewölbebeanspruchungen erreichen.

Infolgedessen hat man bei der Wahl des Sicherheitsgrades dann fast ausschließlich die Baustoffehler und Ausführungsungenauigkeiten zu berücksichtigen, so daß er auf 3,5 bis 2,5, je nach den besonderen Umständen, herabgesetzt werden könnte.

Auch bei gelenklosen Gewölben, welche eine kunstgerechte Herstellung erfuhren und deren Berechnung unter Zugrundelegung ungünstigster Annahmen erfolgte, ist man berechtigt, größere Beanspruchungen zuzulassen, als bei Berechnung nach der Stützlinientheorie allein statthaft ist; denn viele ausgeführte gelenklose Brückengewölbe, welche sich gut bewährt haben, müssen, wie eine genauere Berechnung nach der Elastizitätstheorie — auch bei Annahme nur mäßiger Temperaturschwankungen — ergeben würde, nach unseren heutigen Begriffen sehr hohe Pressungen, teilweise sogar Zugspannungen erleiden, wie beispielsweise das 90 m weite Gewölbe der Brücke über das Syratal in Plauen i. V.

Die Frage: „Gelenkloses Gewölbe oder Dreigelenkbogen?“ kann bei dem gegenwärtigen Stand der Massivbrückenbautechnik noch nicht als vollkommen gelöst betrachtet werden. Ihre wirtschaftliche Seite läßt sich erst genauer

verfolgen, wenn die Berechnungsgrundlagen bei gelenklosen Gewölben in bestimmterer Weise festgelegt sein werden. Die Forderung nach unbedingter Zuverlässigkeit der statischen Berechnung und größter Standsicherheit des Bauwerks hat jedoch bereits dazu geführt, daß bei flachen Gewölben (unter $^1/_7$ Pfeilverhältnis) größerer Spannweite (über 30 m) der Dreigelenkbogen das Feld behauptet.

Zum Schlusse sei noch erwähnt, daß das über Störungen und deren Abschwächung Gesagte allgemein auch für Eisenbetongewölbe Gültigkeit hat. Es würde jedoch in vorliegender Abhandlung zu weit geführt haben, jene Störungen auch zu behandeln, welche durch die Eiseneinlagen selbst hervorgerufen werden, wie infolge des Schwindens des Betons, infolge ungleicher Temperatur von Eisen und Beton bei der Herstellung des Verbundkörpers, Störungen, welche sehr verwickelter Art sind und denen nur durch eine möglichst sorgfältige und genügend Sicherheit bietende statische Berechnung bei Ermittlung der Spannungen Rechnung getragen werden kann.

Literatur-Verzeichnis.

1. Handbuch der Ingenieur-Wissenschaften, II. Teil. Der Brückenbau. 4. Aufl., 1. Bd.
2. Handbuch für Eisenbetonbau. 2. Auflage. 6. Bd. Brückenbau, 1911.
3. Föppl, Theorie der Gewölbe, 1880.
4. v. Leibbrand, Gewölbte Brücken, 1897.
5. „ Betonbrücke über die Donau bei Munderkingen, Stuttgart 1893.
6. „ Steinbrücken von großer Spannweite, Stuttgart 1894.
7. Leibbrand, M., Die Neckarbrücke bei Neckarhausen, 1903.
8. Kersten, Brücken in Eisenbeton, II. Bogenbrücken, 2. Auflage, 1910.
9. Melan, Der Brückenbau, 1911.
10. Schönhöfer, Die Haupt-, Neben- und Hilfsgerüste im Brückenbau. 1911.
11. Schaechterle, Theorie und Berechnung der im Eisenbetonbau üblichen elastischen Bogen, Bogenstellungen und mehrstieligen Rahmen, 1912.
12. Schüle, Versuche für die Schweizer Kommission des armierten Betons, Zürich 1909.
13. Schumann u. Büsing, Der Portlandzement und seine Anwendung im Bauwesen, 1911.
14. Tolkmitt, Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Brücken, 2. Aufl.
15. Weyrauch, Die elastischen Bogenträger, 1911.
16. Protokoll der Verhandlungen des Vereins deutscher Portlandzementfabrikanten 1908, S. 115.
17. Vorschriften über Bauten in armiertem Beton, aufgestellt von der Schweizerischen Kommission des armierten Betons, 1909.
18. Vorschriften vom 15. November 1907 und vom 15. Juni 1911 über die Herstellung von Tragwerken aus Eisenbeton oder Stampfbeton bei Hochbauten und Straßenbrücken, herausgegeben vom k. k. Ministerium für öffentliche Arbeiten.
19. Straßenbrücke über die Donau zwischen Ehingen und Berg, Stuttgart 1901.
20. Zementbrücken mit Bogengelenken in Württemberg und Hohenzollern, zusammengestellt von Baurat Braun, 1899.

Zeitschriften.

21. Dietz, W., Der Bauunfall der äußeren Maximilians-Brücke in München, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1904, S. 1407.
22. v. Emperger, Der Einfluß der Temperatur auf Bogenbrücken aus Eisenbeton, Beton u. Eisen 1909, S. 380.
23. v. Emperger, Vortrag über Temperaturspannungen in Eisenbeton, Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1909, S. 349.
24. Engeßer, Über Bogenbrücken auf elastischen Pfeilern, Zeitschrift für Bauwesen 1901.
25. „ Über weitgespannte Wölbbrücken, Zeitschrift für Architektur- und Ingenieurwesen.
26. Engeßer, Das elastische Tonnengewölbe als räumliches System betrachtet, Zeitschrift für Bauwesen 1908.
27. Fleischmann u. Bosch, Die neue Straßenbrücke über den Main bei Miltenberg, Zeitschrift für Bauwesen 1900, S. 207.

28. Hermann, Österreichische Wochenschrift 1911, Ausrüstung von Gewölben.
29. Hermanek, Einfluß von Temperaturschwankungen auf Gewölbe, Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1897, S. 425.
30. Houselle, Über die Ausführung von Gewölben, Deutsche Bauzeitung 1878, S. 509.
31. Intze, Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen 1876, S. 378.
32. v. Leibbrand, Steinbrücken mit gelenkartigen Einlagen, Zeitschrift für Bauwesen 1888, S. 235.
33. Leibbrand, M., Die Neckarbrücke bei Neckarhausen, Zeitschrift für Bauwesen 1903.
34. „ Fortschritte im Bau weitgespannter massiver Brücken, Deutsche Bauzeitung 1906 und Zentralblatt der Bauverwaltung 1906.
35. Nowak, Eisernes Lehrgerüst der Rocky River-Brücke in Cleveland, Ohio, Beton u. Eisen 1911.
36 Mehrtens, Fortschritte im Bau von Brückengewölben, Zentralblatt der Bauverwaltung 1885, S. 473.
37. Örley, Erfahrungen und Beobachtungen beim Bau der 85 m weiten Wölbbrücke über den Isonzo bei Salcano, Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1910, Nr. 33.
38. Probst, Einiges über Gelenke massiver Bogenbrücken, Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen 1899, Nr. 34, Wochenausgabe.
39. Rheinhardt, Über die Kunst des Wölbens, Zentralblatt der Bauverwaltung 1887.
40. Rudeloff, Die Bestimmung der Wärmeausdehnung von Zementbeton und anderen Baustoffen, Armierter Beton 1911, S. 172.
41. Rudeloff u. Panzerbieter, Beobachtungen beim Ausrüsten einer Eisenbetonbogenbrücke mit drei Gelenken, Armierter Beton 1912, S. 85.
42. v. Bach, Versuche über Längenänderung des Betons bei Wasser- und Luftlagerung, Armierter Beton 1909, S. 352.
43. Stern, Der Einfluß der Temperatur auf die Spannungen in Eisenbetongewölben, Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst 1911, S. 38.
44. Winkler, Lage der Stützlinie im Gewölbe, Deutsche Bauzeitung 1879, S. 117 und 1880.
45. Reichenbachbrücke in München, Beton u. Eisen 1904, Heft I.
46. Aylet, Die Nachteile fester Lehrgerüste für Gewölbekonstruktionen, Cement Age 1911, Nr. 6.
47. Brown, Temperaturablesungen in abbindendem Beton, Engineering News 1910, Nr. 20.
48. Deutsche Bauzeitung 1904 bis 1912, Veröffentlichungen über Brückenbauten.

Dissertationen.

49. Färber, Der rationelle Entwurf gewölbter Bogen mit drei Gelenken, Stuttgart 1907.
50. Schachenmeier, Über mehrfache elastische Gewölbe, Leipzig 1910.
51. Nitzsche, Welche Nebenspannungen entstehen in Gewölben, die in senkrecht zu einer Seitenfläche stehenden Ebenen von äußeren Kräften belastet werden, Leipzig 1910.

Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.